2

RECHERCHES GEOMETRIQUES
SUR LA DIMINUTION
DES DEGRÉS TERRESTRES
En allant de l'Equateur vers les Poles.

Où l'on examine les conſequences qui en réſultent, tant à l'égard de la figure de la Terre, que de la peſanteur des corps, & de l'accourciſſement du Pendule.

Par M. DE MAIRAN.

I. SOIT la Terre *ADBE* un Spheroïde oblong formé 24 & 27
par la révolution de la courbe *ADB*, autour de l'axe Juillet, &c.
AB, telle que coupant cet axe, & le diametre *DE*, à an- 1720.
gles droits, aux points *A*, *B*, & *D*, elle ſoit toûjours con- FIG. I.
cave vers le point d'interſection *C*, qui eſt auſſi le centre de la Figure *ADBE*: ou, pour fixer l'imagination, regardons *ADBE* comme une ellipſe dont *AB* eſt le grand axe, *DE* le petit axe, & *C* le centre. *AB* repreſentera auſſi l'axe de révolution diurne de la Terre; *A* & *B* ſes poles; *C*, ſon centre; & *DE* l'équateur, ou la commune ſection du plan de l'équateur, & du plan de l'ellipſe ou meridien elliptique *ADBE*.

II. Je ſuppoſe la direction ſelon laquelle la peſanteur agit ſur la Terre, toûjours, & par-tout perpendiculaire à ſa ſurface. J'en donnerai la raiſon *à priori* dans la ſuite ~~de ces recherches.~~ Cependant on peut remarquer ici, que cette ſuppoſition ou ce fait n'eſt pas moins inconteſtable par l'experience, que conforme à la raiſon. Si la choſe étoit autrement, comment eſt-ce qu'un Vaiſſeau pourroit demeurer en repos ſur la ſurface de la Mer? comment ſe ſoutiendroient les eaux de la Mer même? ce ſeroit un fluide

qui étant sur le haut d'un veritable plan incliné, ne tomberoit jamais vers le lieu le plus bas. D'ailleurs il n'y a plus d'inductions à tirer de l'inégalité des degrés terrestres, par rapport à la figure de la Terre, si la direction des poids, & le Zenit, qui en est une suite, ne sont pas toûjours perpendiculaires à l'horison de chaque lieu : puisque la differente étenduë des degrés d'un Meridien, ou les differentes hauteurs de Pole qui les déterminent, sont necessairement relatives au Zenit, ou n'ont même été observées le plus souvent que par le moyen du Zenit. Je suis donc persuadé, & je le supposerai toûjours dans ces recherches, que la perpendicularité des directions des poids à l'égard de la surface de la Terre, & vrai-semblablement à l'égard de la surface de toute autre Planete, est une des loix des plus inviolables de la nature.

III. Donc si l'on imagine une infinité de corps pesants *A, Q, R, D,* &c. sur le Meridien *ADBE*, leurs directions de pesanteur vers le centre ou vers l'axe de la Terre, seront *AG, QS, RT, DO,* &c. perpendiculaires à la courbe *ADBE* ou à ses tangentes, aux points *A, Q, R, D,* &c. & par la theorie des Développées, le concours de ces directions formera une autre courbe *GOHK*, développée de *ADBE*, dont *AG, QS,* &c. sont les rayons, & coupent une partie *GH*, de l'axe *AB*, de part & d'autre du centre *C*, égale, dans l'ellipse, à la difference de l'axe *AB* & de son Parametre. Et parce que la même chose arrive à l'égard de tout autre Meridien, le concours de toutes les directions perpendiculaires à la surface entiere de la Terre, produira une surface courbe, qui est la même que celle du Spheroïde pointu *GKHO*, qui se formeroit par la révolution de la Développée *GOH*, autour de l'axe *GH*. De sorte qu'en quelque endroit qu'on imagine une section du Spheroïde oblong *ADBE*, par le plan d'un de ses meridiens, elle sera toûjours semblable à celle-ci.

Il suffira donc de chercher ce qui doit arriver à une seule, ou même à la moitié, ou au quart d'une seule de ces sec-

tions : parce que nous ſuppoſerons toûjours que les quatre parties d'un Meridien compriſes dans les quatre angles droits que l'axe *AB* & le diametre *DE* font autour du centre *C*, ſont égales & ſemblables.

DEFINITIONS.

IV. J'appellerai *Lignes de tendance des graves* les parties *DG*, *RP*, *QY*, &c. des rayons *DO*, *RT*, *QS*, &c. interceptées entre le Meridien *ADB*, & l'axe *AB* ; & *Lieu de tendance des graves*, la partie *GH*, de l'axe, à laquelle toutes les lignes de tendance vont aboutir.

/ ou ſimplement Lignes de tendance

/ ou ſimplement Lieu de tendance,

Lorſqu'il s'agira du Spheroïde applati formé par la révolution de l'Ellipſe ou ovale quelconque *ADBE* autour de ſon petit axe *DE*, les lignes *QY*, *RP*, &c. ſeront de même les lignes de tendance, & *GH* le lieu de tendance ~~des graves~~. Il faut ſeulement remarquer qu'alors la partie *GH* du grand axe de l'ellipſe generatrice *ADBE*, ne repreſente le lieu de tendance des graves qu'à l'égard d'un ſeul Meridien, & que le lieu de tendance de tous les Meridiens enſemble, ou du Spheroïde entier, ſe change en un eſpace circulaire autour du centre *C*, dans le plan *AB* de l'Equateur, & ayant *GH* pour diametre. Ce qui eſt évident par la generation du Spheroïde applati.

/. &

Je me ſervirai dans tout ce Memoire des mêmes Lettres pour déſigner les lignes & les points de la conſtruction précedente. C'eſt-à-dire, que *ADBE*, ou ſimplement *AD*, marquera toûjours un Meridien ; *C*, le centre de ce Meridien & de la Terre ; *AB*, l'axe dans l'hypotheſe du Spheroïde oblong ; *DE*, l'Equateur ; *GTO*, la Développée de la courbe *AD*, &c.

PROPOSITION I. *Lemme.*

V. *Quelle que ſoit la nature de la courbe* AD, *pourvû que cette courbe ſoit telle, que les degrés terreſtres aillent en diminuant de l'Equateur* D, *juſqu'au Pole* A ; *je dis que ſa courbure ira en augmentant de* D *juſqu'en* A ; *ou, ce qui re-*

vient au même, que ses rayons osculateurs iront en diminuant de D vers A.

Il me paroît évident que dés-là qu'il faut parcourir un plus petit arc, & faire moins de chemin, en partant d'un point quelconque *R*, pris sur le Meridien *AD*, pour changer, par exemple, d'un degré d'élevation en allant vers *A*, qu'il n'en faut faire pour changer autant en allant vers *D*, il s'ensuit que la ligne *AD* augmente continuellement de courbure de *D* vers *A*, ou au contraire, que sa courbure diminuë toûjours en allant de *A* vers *D*. Car si *AD* étoit supposée infiniment peu courbe, c'est-à-dire, une droite tangente en *D*, ou en *R*, il faudroit faire des millions de lieuës pour changer de degré d'élevation de Pole, & si au contraire *AD* étoit infiniment courbe, on en changeroit à chaque pas.

Fig. II. Mais pour le démontrer plus particuliérement, ainsi que quelques personnes l'ont exigé; soient pris sur le Meridien *DA*, divers points de latitude *D, R, Q*, &c. qui déterminent sur *DA* des differences égales de latitude *DR, RQ*, &c. chacune, par exemple, d'une minute de degré, en commençant sous l'Equateur *D*. Si par les points *D, R, Q*, &c. & par leurs Zenits *Z, F, I*, &c. on imagine qu'il soit mené des droites *ZDO, FRT, IQS*, &c. il est clair,

1°. Que ces droites étant prolongées, feront entr'elles des angles *ZOF, FTI*, &c. égaux aux differences de latitude de *D, R, Q*, &c. Car si l'on mene des tangentes *DF, RI, QH*, &c. aux points *D, R, Q*, &c. on aura toûjours, à cause des angles droits *FDO, IRT*, &c. l'angle *FDR* $=$ *DOR*, l'angle *IRQ* $=$ *RTQ*, &c. & parce que les differences de latitude *FDR, IRQ*, &c. sont supposées égales, l'angle *DOR* $=$ *RTQ*.

2°. Que les lignes *DO, RT, QS*, &c. seront autant de rayons osculateurs à la courbe *DA*, qui formeront par leur concours en *O, T, S*, &c. la développée *GSTQ*.

3°. Qu'à cause de la petitesse des angles *DOR, RTQ*, &c. qu'on peut supposer indéfiniment telle qu'on voudra,

on peut prendre $RT+TO$ pour une même ligne droite RO; & de même $QS+ST$ pour QT; & les arcs DR, RQ, de la courbe quelconque DA, pour des arcs circulaires, qui seront la mesure des angles DOR, RTQ, &c.

Cela posé, il ne s'agit que de prouver que les rayons osculateurs DO, RT, QS, &c. vont en diminuant de D vers A; ou $DO > RT$, &c.

On sçait que la valeur d'un angle peut être exprimée par l'arc de cet angle divisé par son rayon; ainsi $DOR = \frac{DR}{DO}$, $RTQ = \frac{RQ}{RT}$; & puisque $DOR = RTQ$, on a $\frac{DR}{DO} = \frac{RQ}{RT}$. Donc $DR . RQ :: DO . RT$. Mais (*hyp.*) $DR > RQ$, donc $DO > RT$, &c. *Ce qu'il falloit démontrer.*

On démontreroit réciproquement que la diminution des rayons osculateurs de D *vers* A, *emporte necessairement la diminution des arcs semblables* DR, RQ, *dans le même sens, d'où l'on concluroit l'inverse de ce qui étoit proposé. Mais il faut prendre garde qu'on est censé ignorer vers quel côté diminuent les rayons osculateurs, jusqu'à ce qu'on ait déterminé si* AC > DC; *car* AC < DC *donneroit au contraire une augmentation de rayons de* D *vers* A, *comme on va voir par la proposition suivante. D'ailleurs on ne sçauroit dire que l'augmentation ou la diminution des rayons osculateurs se fasse d'un côté plustôt que d'un autre, dès qu'on ne conclut pas l'augmentation de courbure immediatement de la diminution des arcs du Meridien vers le côté donné, & qu'on en demande une démonstration plus détaillée; puisque l'augmentation de courbure & la diminution des rayons osculateurs sont des conditions inséparables & comme identiques.*

PROPOSITION II.

VI. *Quelle que soit la nature de la courbe* ADBE, *pourvû que cette courbe soit telle que les degrés terrestres aillent toûjours en diminuant de l'Equateur* D, *jusqu'au Pole* A; FIG. III.

Je dis que l'axe AB *est plus grand que le diametre* DE *de l'Equateur, ou, ce qui est la même chose, que* DC < AC.

Pour le démontrer, je remarque 1°. Que puisque les degrés terrestres diminüent toûjours de *D* vers *A*, donc par le *Lemme* la courbure de *DA* augmente continuellement de *D* vers *A*, & au contraire, diminuë de *A* vers *D*. Ce qui exclut déja de la question toute courbe qui auroit un point d'inflexion ou de rebroussement entre l'Equateur & le Pole, ou dont la courbure changeroit par sauts, & ne seroit pas toûjours concave vers le centre *C*.

2°. La courbe *AD*, entant que Meridien, étant perpendiculaire en *D* au diametre *DE*, & en *A*, à l'axe *AB*, ses rayons osculateurs aux points *D*, *A*, sçavoir *DO*, *AG*, ou *Do*, *Ag*, se confondent avec *DE*, *AB*, & étant prolongés ou non prolongés, se coupent, de même que ces diametres ou axes, au centre *C* du spheroïde quelconque *ADBE*. Donc *OTG*, ou *otg* développée du quart de Meridien *AD*, & lieu de tous les centres de ses rayons osculateurs, touchera *DE* & *AB*, prolongés ou non prolongés, en des points *O*, *G*, ou *o*, *g*.

3°. Puisque la développante *AD* tourne sa concavité vers *C*, sommet de l'angle *ACE* & de son opposé *DCB*, & que *C* est entre elle & sa développée *OTG*, ou *otg*, cette développée tournera sa convexité vers le même point *C*. Car toute développée est toûjours concave ou convexe vers le même côté que sa Développante; comme on le peut déduire de la 4. Prop. de M. *Huguens*, Horol. Oscill. part. 3. & comme l'a démontré M. *Varignon*, Mem. de l'Acad. 1712. p. 160.

D'où il suit que la courbe *OTG*, ou *otg*, entant que développée de la partie *AD* du Meridien, doit être comprise dans l'un des deux angles *ACE*, ou *DCB*, car dans tout autre *ACD*, ou *ECB*, elle ne pourroit être la développée que d'une autre partie *DB*, du Meridien *ADB*; ce qui est clair par tout ce qui vient d'être remarqué. Mais parce que la courbure de *AD* est plus grande vers *A* que vers *D*, (*Lemme*) ou, ce qui revient au même, que le rayon osculateur en *A* est plus petit que le rayon osculateur en *D*, &

vez apres avoir congé [illegible]

& que cela ne sçauroit être avec toutes les conditions précédentes, à moins que le développement de la développée ne commence par un point *G* pris sur *AB* en deçà de *C* vers *A*, & ne continuë en allant de *A* vers *D*, jusqu'à ce que l'extremité *R* du rayon développant se trouve sur le point *D*, & qu'il se confonde avec le diametre *DE*; par toutes ces raisons, dis-je, il est évident que la développée de *AD* sera toute renfermée dans l'angle *ACE*, comme l'est *GTO*, & qu'elle touchera les axes *AB*, *DE*, aux points *G*, *O*, l'un desquels, sçavoir, le point *O*, se trouve au dessous du centre *C* vers *E*, sur le demi-diametre *DC* prolongé, où il détermine le plus grand rayon osculateur *DO*.

Cela posé, on démontrera aisément que $DC < AC$.

Car le rayon *DO* est égal à chacun des autres *RT*, ou *AG*, &c. plus la partie à développer *TO*, ou *GO*, &c. La courbe *GTO* toute convexe vers le point *C*, est plus petite que les droites $OC + GC$, qui la comprennent. Donc $AG + GTO = DO = DC + CO < AG + GC + CO$. Donc ôtant de part & d'autre *CO*, il reste $DC < AG + GC = AC$, & partant $DC < AC$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

VII. L'axe de révolution diurne *AB*, plus long que le diametre *DE* de l'Equateur, donne necessairement une ovale pour chaque Meridien, & un Spheroïde oblong *ADBE* (*Art. I. III.*) pour le globe de la Terre.

PROPOSITION III. *Lemme.*

VIII. *Ayant supposé la construction qui suit des démonstrations précedentes;* GOH *la développée du Meridien* ADB; DCO, RPT, QYS, *&c. ses rayons osculateurs;* FIG. I.

Je dis que les lignes de Tendance DC, RP, QY, *&c. vont en diminuant depuis la premiére* DC *égale au demi diametre de l'Equateur & perpendiculaire à l'axe* AB, *jusqu'à la derniére* AG, *qui passe par le Pole* A, *& se confond avec l'axe.*

Car puisque le rayon osculateur DO, qui coupe l'axe à angles droits, rencontre la développée au point de rebroussement O, sa partie CO comprise entre cet axe & le point O, sera plus petite que la partie PT du rayon osculateur RT, comprise entre l'axe & la développée, plus la portion TO, de la développée; c'est-à-dire, $CO < PT + TO$, ou PO; à cause que OC est perpendiculaire à AB, & que PO ne l'est pas, & qu'entre plusieurs lignes menées d'un point à une autre ligne, les plus longues sont celles qui lui sont le plus inclinées, ou qui forment avec elle un angle plus aigu. On démontrera de même que $PT < YS + ST$, & partant $OT + PT < OT + TS + SY$, & ainsi de suite de tous les rayons suivants jusqu'au dernier AG. Mais le rayon DO est égal à $DC + CO = RP + PT + TO = QY + YS + ST + TO$, &c. donc prenant de toutes ces sommes égales les lignes de Tendance DC, RP, QY, &c. & retranchant les restes, qui vont en croissant, on aura $DC > RP > QY > AG$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION IV.

FIG. IV. IX. *Si la Terre est un Spheroïde oblong formé par la révolution d'une courbe* AD, *telle qu'elle a été déterminée dans les articles précedents; & qu'on mene des points* Q, R, D, *&c. des ordonnées* QM, RN, DC, *&c. à l'axe de révolution* AB;

L'action de la force centrifuge, entant qu'elle est opposée à celle de la pesanteur, devra augmenter en allant des Poles vers l'Equateur, en raison composée du rapport des ordonnées QM, RN, DC, *&c. & du rapport des sinus du complement de latitude des points* Q, R, D, *&c.*

Et il faudra accourcir le pendule en allant des Poles vers l'Equateur.

Le sens de cette proposition se trouve dans M. *Huguens* * par rapport à la Terre spherique; mais outre que la circonstance du Spheroïde allongé la rend un peu differente, j'ai crû devoir la démontrer, & l'expliquer ici, pour être plus clair, & plus court dans ce que j'ai à dire dans la suite.

* *Disc. de la Pesant. p.* 147.

supposée & la proposition

Je suppose que les corps de même masse peseroient également sur des points quelconques de la surface de la Terre immobile, & que ce qu'il arrive de changement à leurs pesanteurs, selon le lieu où ils sont placés, ne vient que du mouvement journalier de la Terre.

Si l'on imagine ce mouvement autour de l'axe *AB*, il est clair (*constr.*) que les ordonnées *QM, RN, DC*, &c. representeront les demi-diametres des circonferences de cercle décrites par la révolution des points *Q, R, D*, &c. &, par le *Theor.* 1. *De vi centrifuga*, de M. *Huguens*, que les forces centrifuges de ces points de la Terre seront entre elles, comme les circonferences, ou comme les rayons, ou les ordonnées (car c'est ici la même chose) *QM, RN, DC*, &c. Or ces ordonnées vont en augmentant depuis le Pole *A*, jusqu'à l'Equateur *D*; donc les forces centrifuges vont aussi en augmentant dans le même sens.

X. De plus, la force centrifuge se trouve directement opposée à la pesanteur au point *D*, où elle agit suivant la même ligne de direction *CD* (*Art. II.*) au lieu qu'à tous les autres points, entre l'Equateur & le Pole, la direction de la Force centrifuge toûjours perpendiculaire à l'axe de révolution *AB*, s'écarte de plus en plus des directions de la pesanteur *RP, QY*, &c. en approchant du Pole, & devient toûjours plus oblique à l'horison, ou aux tangentes *RF, QI*, &c. menées par les points *R, Q*, &c. Et puisque cette obliquité est exprimée par les angles *FRN, IQM*, &c. égaux à *RPA, QYA*, &c. complements des latitudes, ou par leurs sinus, lesquels sont d'autant plus grands que l'obliquité est moindre ; ~~donc~~ [il suit que] l'action de la force centrifuge en allant des Poles vers l'Equateur, augmente comme les sinus du complement de latitude des points *Q, R*, &c. c'est pourquoi la force centrifuge, outre l'augmentation de l'Article précedent, ~~va encore en augmentant~~ [augmentera encore en allant] des Poles vers l'Equateur, comme les sinus du complement de latitude. Donc la force centrifuge considerée en ce qu'elle a de contraire à la Pesanteur, augmente dans le spheroïde oblong

depuis le Pole jusqu'à l'Equateur, en raison composée des ordonnées à l'axe de révolution de la courbe generatrice du Spheroïde, & des sinus du complement de latitude.

Et parce que la Pesanteur doit diminuer d'autant que l'effort contraire augmente, il suit, conformément aux régles de la chûte des corps, que le Pendule à secondes doit être plus court sous l'Equateur que sous les Poles.

PROPOSITION V.

XI. *La Force centrifuge à un degré de latitude quelconque pris sur le Spheroïde oblong, entre l'Equateur & le Pole, est plus petite par rapport à la Force centrifuge sous l'Equateur, que ne l'est celle d'un degré de latitude semblable pris sur la Sphere : ou, ce qui revient au même, la Force centrifuge augmente davantage, en allant des Poles vers l'Equateur, sur le Spheroïde oblong, que sur la Sphere parfaite ; & par consequent la Pesanteur diminuë davantage, & il faut accourcir davantage le Pendule sous l'Equateur, dans l'hypothese du Spheroïde oblong, que dans celle de la Sphere parfaite.*

FIG. V. Ayant décrit la courbe ovale quelconque *ADBE*, comme ci-dessus, & inscrit le cercle *DHE*, qui a pour rayon la moitié du petit axe *DE* ; soit pris sur *AD* un point quelconque *R*, entre l'Equateur & le Pole, & de ce point mené à la Développée *OTX*, le rayon osculateur *RT*, lequel donne la ligne de tendance *RP* (*Art. IV.*) Soit aussi mené du centre commun *C*, à la circonference du cercle *DH*, un rayon *CV*, parallele à *PR*, lequel rencontre le cercle en *V*, & abbaissé des points *R*, *V*, les perpendiculaires *RN*, *VZ*, à l'axe *AB*.

Il faut observer 1°. Que de même que l'ovale *AD* represente un Meridien du Spheroïde oblong, le cercle *DH* represente un Meridien de la Sphere dans le même plan.

2°. Que le point *V*, sur le Meridien circulaire, répond au même degré de latitude que le point *R*, sur le Meridien ovale : puisque les lignes *PR*, *CV*, étant paralleles, & perpendiculaires, l'une à l'ovale, l'autre au cercle, (*constr.*) les

plans touchants où les horiſons des points *R, V,* ſeront auſſi paralleles.

3°. D'où il ſuit que la diminution que reçoit l'action de la Force centrifuge contre la Peſanteur *(Art. X.)* en conſequence de ſon obliquité à l'horiſon d'un ſemblable degré de latitude ſur le Meridien ovale, & ſur le Meridien circulaire, eſt ſemblable dans l'un & dans l'autre, & en même raiſon que les forces centrifuges abſoluës repreſentées par les perpendiculaires *RN, VZ, (Art. IX.)* Ainſi pour ſçavoir ſi la Force centrifuge, tant abſoluë que relative du point *R,* ſur le Spheroïde oblong *ADBE,* eſt plus petite ou plus grande par rapport à la Force centrifuge ſous l'Equateur commun *DE,* que ne l'eſt la Force centrifuge tant abſoluë que relative du point *V* correſpondant ſur la Sphere, il ſuffit de ſçavoir quelle des deux perpendiculaires eſt la plus grande, ou *RN* dans le Spheroïde oblong, ou *VZ* dans la Sphere: puiſque ces lignes expriment les rayons des cercles de révolution; & par conſequent les valeurs abſoluës des Forces centrifuges.

4°. Enfin, que le rapport des Forces centrifuges de deux points ſemblables ſur le Spheroïde oblong *ADBE,* & ſur la Sphere inſcrite *DHE,* à la Force centrifuge de leurs Equateurs, eſt le même que ſi la Sphere étoit de toute autre grandeur; & l'on ne l'a déterminée ici du diametre *DE,* que pour rendre la démonſtration plus aiſée, en donnant un même conſéquent aux antecedents *RN* & *VZ.* Car ſoit décrit du centre *C,* & du rayon *Cd,* le cercle *dhe* égal, par exemple, à celui d'une Sphere de même ſolidité que le Spheroïde oblong *ADBE.* Ayant prolongé le rayon *CV,* juſqu'à ce qu'il rencontre le cercle *dh* au point *u,* & abbaiſſé *uz* perpendiculaire à l'axe de révolution commune, & parallele à *VZ,* il eſt évident qu'on aura toûjours $VZ . DC :: uz . dC$. ou $\frac{VZ}{DC} = \frac{uz}{dC}$, & par conſéquent $\frac{RN}{DC}$ aura le même rapport avec $\frac{VZ}{DC}$, qu'avec $\frac{uz}{dC}$.

Donc pour démontrer que la Force centrifuge d'un point

de latitude quelconque ſur le Spheroïde oblong eſt plus petite par rapport à la Force centrifuge ſous ſon équateur, que la force centrifuge d'un point ſemblable pris ſur la Sphere, par rapport à ſon Equateur, il ne s'agit que de faire voir que $RN < VZ$, puiſque l'on aura par-là $\frac{RN}{DC} < \frac{VZ}{DC}$.

& celle de

Cela poſé, ſoit du point R, menée la ligne RI, parallele à l'axe AB, & qui rencontre le cercle DH en K, & le diametre DE de l'Equateur au point I. Ayant abbaiſſé du point K, la perpendiculaire $KL = RN$, ſur l'axe AB, & mené KC au centre C; la queſtion ſe réduit encore à ſçavoir ſi le point V ſe confond avec le point K, ou s'il eſt au deſſus vers D, ou au deſſous vers H.

Mais $CK = CV = CD > PR$ (*Art. VIII.*) donc CK & PR étant toutes deux compriſes entre les paralleles AC, RI, la plus grande CK leur eſt plus inclinée que la plus petite PR, & l'angle KCA eſt plus petit que l'angle $RPA = VCA$. Et puiſque ces deux angles ont chacun un de leurs côtés confondu avec la ligne AC, ſçavoir le côté AP de l'angle RPA, & le côté AC de l'angle KCA, il ſuit que le côté VC de l'angle $VCA = RPA > KCA$, paſſera au deſſus de CK entre CK & CD, ira rencontrer la ligne RI en un point G, entre K & I, & le cercle DH au point V, qui par conſéquent ſera au deſſus de RI, entre K & D. Donc $CV = CG + GV$ eſt $= PR + GV$, & partant VZ, qui rencontre RI en un point F, eſt $= ZF + FV = RN + FV$. Donc $RN = VZ - FV$. Donc $RN < VZ$.

Et parce qu'on démontrera la même choſe à l'égard de tout autre point pris entre l'Equateur & le Pole; & que la peſanteur, & conſéquemment les longueurs du Pendule, diminüent à meſure que la Force centrifuge augmente. Donc, &c. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

XII. De ce qui vient d'être démontré, & de la *Prop. III. Art. VIII.* Il ſuit que la perpendiculaire menée d'un point du Meridien ovale à l'axe, ſera d'autant moindre par rap-

port à la perpendiculaire menée du point correſpondant du Meridien circulaire inſcrit, que la latitude ſera plus grande ; & par conſéquent (*Art. XI. num. 3.*) que la Force centrifuge ſera d'autant plus petite, & la Peſanteur d'autant plus grande ſur le Spheroïde oblong, par rapport à la Force centrifuge & à la Peſanteur ſous l'Equateur.

Car la ligne *RP* allant toûjours en diminuant à meſure que le point donné *R* approche du Pole *A*, il eſt clair que l'angle *VCK*, ira en augmentant, par rapport aux angles *VCA*, *KCA*, dont il eſt la difference, & par conſéquent que la perpendiculaire *VZ* ſurpaſſera d'autant plus la perpendiculaire *KL* = *RN*.

Il ſemble d'abord que l'on pourroit auſſi déduire en forme de Corollaire de la Propoſition précedente, que tout le contraire de ce qui y eſt démontré du Spheroïde oblong, arrive au Spheroïde applati formé par la révolution de l'Ovale EAD *autour du petit axe* DE. *Mais ſi l'on y prend garde, les lignes* NR, CV, *étant prolongées, ne ſe couperoient pas toûjours ſur la circonference du Meridien circulaire circonſcrit au Meridien ovale,* [ce qui ſeroit pourtant neceſſaire pour en tirer l'induction dont il s'agit;] *& la ligne* RP *ne ſçauroit plus ſervir de terme de comparaiſon avec le rayon* AC *de l'Equateur par rapport à l'axe de révolution* DE, *pour ſçavoir ſi* RI *a un plus grand rapport à* AC, *que n'auroit la perpendiculaire menée du point correſpondant de latitude du Meridien circulaire circonſcrit. Ainſi il faut une démonſtration particuliere pour le Spheroïde applati.*

PROPOSITION VI. *Lemme.*

XIII. *Soit* AD *une courbe quelconque en forme d'Ellipſe ou d'Ovale, ſelon les conditions précedentes,* AC *la moitié de ſon grand axe,* DC *la moitié de ſon petit axe,* GO *ſa développée.* Fig. VI.

Si d'un point Q *de cette courbe, on mene à la développée le rayon* QS, *& que du point touchant* S, *on prolonge ce rayon juſqu'à ce qu'il rencontre* DC *prolongé, en* F, *je dis,*

1°. *Que* $QS + SF$, *ou* $QF > AC$.

2°. *Que tous les rayons osculateurs, tels que* QS, *plus leur prolongement vers l'axe* DC, *c'est à dire*, QS + SF, *ou* QF; RT + TH, *ou* RH; *&c. iront en croissant tout de suite de* A *vers* D, *jusqu'au dernier* DO *le plus grand de tous, dont le prolongement est nul, & qui se confond avec le petit axe de l'ovale.*

18

1°. Soit mené du point *S*, où *QF* touche la Développée, une perpendiculaire *SI* à l'axe *AC*, on aura toûjours $AG + GS > AG + GI = AI$; mais $AG + GS = QS$, donc $QS > AI$. De plus, à cause des deux paralleles *IS*, *CF*, auxquelles *IC* est perpendiculaire, on a $SF > IC$. Donc $QS + SF > AI + IC$, c'est-à-dire $QF > AC$. Ce qui étoit proposé en premier lieu.

/, et SF inclinée,

2°. Ayant mené de même une perpendiculaire *TK* du point *T*, où le rayon suivant *TR* touche la Développée, à l'axe *AC*, on a $AG + GT = RT > AG + GK = AK$; & $TH > KC$: d'où l'on conclura de même que $RT + TH = RH > AK + KC = AC$. Mais il est clair que *RH* est d'autant plus grand, que la partie *AG* demeurant la même, il y a une plus grande portion de courbe *GT*, comparée à une droite *GK*, & que la partie *TH* est plus inclinée à l'axe *DC* que ne l'est *SF*. Desorte que $\frac{AG+GT}{AG+GK} + \frac{TH}{KC} = \frac{RT+TH}{AK+KC} = \frac{RH}{AC} > \frac{AG+GS}{AG+GI} + \frac{SF}{IC} = \frac{QS+SF}{AI+IC} = \frac{QF}{AC}$. Donc $\frac{RH}{AC} > \frac{QF}{AC}$, & partant $RH > QF$, & ainsi de suite de tous les autres. *Ce qui restoit à démontrer.*

PROPOSITION VII.

XIV. *La Force centrifuge à un degré de latitude quelconque pris sur le Spheroïde applati, entre l'Equateur & le Pole, est plus grande par rapport à la Force centrifuge sous l'Equateur, que ne l'est celle d'un degré de latitude semblable pris sur la Sphere: ou, ce qui revient au même, la Force centrifuge augmente moins, en allant des Poles vers l'Equateur, sur le Spheroïde applati que sur la Sphere parfaite; & par consequent la pesanteur diminuë moins, & il faut moins accourcir*

ſur le Spheroïde applati que ſur la Sphere parfaite; & par conſéquent la peſanteur diminuë moins, & il faut moins accourcir le pendule ſous l'Equateur, ſelon l'hypotheſe du Spheroïde applati, que ſelon celle de la Sphere parfaite.

Soit *EADB* un Spheroïde aplati formé par la révolution de la courbe *EAD* autour du petit axe *ED*. Le grand axe *AB* ſera le diametre de l'Equateur; *E*, *D*, les Poles; *C*, le centre, &c. Ayant circonſcrit le cercle *ASB* au Meridien ovale *AEB*, & pris ſur *AE*, entre l'Equateur & le Pole, un point quelconque *R*, & de ce point mené à la Developpée *OTX* le rayon oſculateur *RT* prolongé juſqu'au point *H* de l'axe de révolution *ED*; ſoit du centre commun *C* mené à la circonference du cercle ou Meridien circulaire *AS*, un rayon *CV* parallele à *RH*, & qui rencontre *AS* en un point *V*, dont la latitude *AV* ſera ſemblable à la latitude *AR* du Meridien ovale. (*Art. XI. num. 2.*) Fig. VII

Aprés avoir fait les obſervations préliminaires de la *Prop. V. Art. XI.* & par le point *R*, mené la ligne *IRG* parallele à l'axe *ED*, laquelle rencontre *AC* en *I*, *CV* prolongé ou non prolongé en *G*, & le Meridien circulaire en *K*; il faut joindre le point *K* & le centre *C*, en menant le rayon *CK*, & par les points *R*, *V*, *K*, mener à l'axe de révolution les perpendiculaires *RN*, *VZ*, *KL*. Il eſt clair que la démonſtration ſe réduira, comme dans la *Prop. V.* mais en ſens contraire, à faire voir que $RN > VZ$, ou, ce qui eſt la même choſe, à prouver que l'angle *KCS* eſt plus grand que l'angle $RHE = VCS$, & par conſéquent que le point *V* tombe au deſſous de *K*, entre *K* & *S*.

Mais par le *Lemme precedent*, *Art. XIII. num. 1.* $CK = CV = CA$ eſt plus petit que *RH* ou *GC*. Donc à cauſe des paralleles *CS*, *IG*, l'angle *KCS*, que fait la ligne *CK* avec ces paralleles, eſt plus grand que l'angle $GCS = VCS$; donc le point *V*, ſur le Meridien *AS*, tombe au deſſous de *K*, entre *K* & *S*. Donc $KL = RN > VZ$. Donc, &c. \ ou

COROLLAIRES.

XV. Si l'on prolonge *ZV* juſqu'au point *F* de la ligne

GR, la partie interceptée *FV*, marquera l'excés de *RN* ſur *VZ*, comme dans la conſtruction de la *Propoſ. V.* elle en marquoit la difference.

XVI. Il eſt évident, par le *num.* 2. du *Lem. Art. XIII.* que la perpendiculaire *RN* deviendra d'autant plus grande, eu égard à la perpendiculaire *VZ*, que la latitude ſera plus grande, & que le point *R* approchera davantage du Pole, puiſque alors *CK* ſera d'autant plus petite par rapport à *CG*=*RH*, & l'angle *KCS* d'autant plus grand par rapport à l'angle *VCS*, & le point *V* d'autant plus près de l'axe de révolution. D'où l'on tirera les conſéquences contraires à celles de l'*Article XII.*

XVII. Il ſuit des deux Propoſitions précedentes (*Art. XI. & XIV.*) que la Force centrifuge d'un point de latitude quelconque entre l'Equateur & le Pole, ſur le Spheroïde oblong, diminuë à l'égard d'un ſemblable point ſur le Spheroïde applati, en raiſon compoſée du rapport de la Force centrifuge de ce point du Spheroïde oblong à celle d'un ſemblable point ſur la Sphere, & du rapport de la Force centrifuge ſur la Sphere à la Force centrifuge ſur un ſemblable point du Spheroïde applati.

Il faut bien prendre garde dans les Propoſitions & les Corollaires précedents, qu'il s'agit toûjours de la comparaiſon des Forces centrifuges de deux points de latitude ſemblables pris ſur les deux Spheroïdes, ou ſur l'un des Spheroïdes & ſur la Sphere, entre l'Equateur & les Poles, par rapport à la Force centrifuge ſur l'Equateur de chacun des Spheroïdes ou de la Sphere. Car à ne comparer abſolument que la force centrifuge d'un point de l'Equateur de l'un, à la force centrifuge d'un point de l'Equateur de l'autre, il eſt évident, qu'elle ſeroit plus grande ſur le Spheroïde applati que ſur la Sphere, ou ſur le Spheroïde oblong de même ſolidité, en raiſon du grand axe de l'Ovale generatrice du Spheroïde plat, au diametre de la Sphere, ou au petit axe de l'Ovale generatrice du Spheroïde oblong. Et c'eſt-là vrai-ſemblablement ce qui a donné lieu

jusqu'ici de penser sur cette matiere tout le contraire de ce que je viens de démontrer.

REMARQUES.

XVIII. Les évaluations exactes des lignes $VZ + FZ = FV$ (*Fig. V.*) & $FZ - VZ = FV$ (*Fig. VII.*) en parties du Diametre de la Terre, dépendront, comme on voit, de la nature & de l'espece particuliére de la courbe generatrice des Spheroïdes oblong & applati. Mais il n'est pas question presentement de cette précision ; je ne cherche ici que des connoissances generales, sur une matiere où les observations sont si délicates, & roulent sur des distances si petites, par rapport aux instruments dont on se sert pour les prendre, que je ne crois pas en devoir rien conclure que generalement, & seulement sur les articles où ces observations s'accordent toutes, ou presque toutes. C'est sur ce pied-là, & par les principes & les faits posés ci-dessus, qu'on peut dire que l'hypothese du Spheroïde oblong se trouve plus conforme aux observations astronomiques que celle de la Sphere parfaite, ou du Spheroïde applati. Et pour ne parler presentement que des observations qui regardent l'accourcissement du Pendule, je remarque que M. *Huguens* ayant fait la suputation de la quantité dont le Pendule devoit être plus court sous l'Equateur qu'à Paris, en consequence de la Force centrifuge, & sur l'hypothese de la Terre actuellement spherique, il trouva que c'étoit de $\frac{5}{6}$ de ligne ; *qui est*, dit-il, *un peu moins que ce qui a été trouvé à la Caïene par M. Richer, sçavoir une ligne & un quart* *. Et à plus forte raison auroit-il trouvé cet accourcissement trop petit, s'il avoit fait le calcul sur l'hypothese de la Terre actuellement applatie vers les poles (*Art. XIV. XVII.*) comme il la considere dans la suite. Mais les observations qui ont suivi celle de M. *Richer*, s'accordent à faire l'accourcissement du Pendule sous l'Equateur plus de deux fois plus grand qu'il ne doit être selon l'hypothese de la Terre spherique, & selon la supputation de M. *Huguens*.

* *Disc. de la Pesant. p.* 149.

Car si l'on compare ensemble ces observations *, on trouvera qu'il en résulte environ 2 lignes de difference entre les longueurs du Pendule à l'Observatoire & sous l'Equateur. Il est donc évident par ce qui a été démontré dans les Propositions précedentes & dans leurs Corollaires, conformément aux principes de M. *Huguens*, que les observations que nous avons sur l'accourcissement du Pendule sont plus favorables à l'hypothese du Spheroïde oblong, qu'à celle de la Sphere parfaite, ou du Spheroïde applati.

XIX. Il ne sera pas difficile de faire voir aussi, selon les mêmes principes, que cette hypothese n'a rien de contraire à la Theorie des Forces centrifuges, ni à l'idée la plus simple qu'on se peut faire de la Formation de la Terre.

Quand M. *Huguens* a traité cette matiere dans son *discours sur la Pesanteur*, il a d'abord regardé la Terre comme parfaitement spherique, dans son repos, & a supposé comme nous avons fait jusqu'ici, que la Pesanteur devoit toûjours agir perpendiculairement, & avec une égale force sur tous les points de sa surface. Ensuite il a examiné ce que le mouvement journalier de la Terre pouvoit faire perdre de sa pesanteur à chacune de ses parties, par l'opposition de la Force centrifuge, selon que les cercles qu'elles décrivent autour de l'axe sont plus grands. Enfin considerant la Terre comme toute couverte d'eau, ou comme une masse d'eau, il a remarqué que la Force centrifuge devoit chasser plusieurs parties de ce globe fluide vers l'Equateur, & par conséquent que sa surface devoit un peu plus s'élever vers l'Equateur que vers les Poles; & au contraire, que ces parties se trouvant de moins vers les Poles qu'elles avoient quittés, la surface du globe devoit un peu s'abbaisser & s'applatir vers les Poles. Ce qui, à proprement parler, n'est qu'une explication méchanique de la generation du globe Terrestre, par l'assemblage de toutes ses parties, en vertu de leur

* *Voyés-en la liste & la comparaison dans la* prop. 20. *du* liv 3. *des* Princip. Math. *de M.* Newton, 2e. edit. *où l'on trouve aussi une réponse solide à la difficulté que* Mrs Picart *&* de la Hire *faisoient contre la certitude des observations du Pendule vers l'Equateur, fondée sur les extensions qu'une barre de Fer peut recevoir par la chaleur. On a pris encore occasion de douter de l'accourcissement du Pendule, sur ce que M.* Picart *dans son voyage à Uranibourg p. 12. art. 6. dit qu'il n'apperçut aucune difference entre la longueur du Pendule de Paris & celle d'Uranibourg. Mais il n'est pas extraordinaire que cette difference n'ait pas été apperçûe, étant presque insensible, & ne consistant tout au plus, selon la table des longueurs du Pendule donnée par M.* Newton *dans l'endroit cité ci-dessus, qu'en* $\frac{11}{50}$ *de ligne.*

tendance ou mouvement rectiligne vers un centre, & de leur mouvement circulaire autour d'un axe.

Il en doit résulter, comme on voit, un Spheroïde applati; & comme il n'est tel qu'en conséquence du changement que le mouvement circulaire autour de l'axe a causé aux directions de la pesanteur des parties qui le composent, qui sans cela auroient concouru au centre, il est évident que sa surface se trouvera perpendiculaire à ces directions, comme la surface de la Sphere résultante du repos autour de l'axe, l'auroit été aux directions concourantes au centre.

Ainsi les directions de la Pesanteur seront, & auront dû toûjours être perpendiculaires à la surface de la Terre. Elles auront dû l'être *primitivement*, c'est-à-dire, dans un état de repos où l'on imagine la Terre par abstraction, puisque, selon ce que nous venons de dire, cette figure *primitive* & fictice de la Terre ne résulte que de l'assemblage de ses parties, en vertu de la seule impulsion de la Pesanteur vers un centre; & elles le seront *actuellement*, c'est-à-dire, par rapport à la surface que la Terre a en effet aujourd'hui, puisque la figure *actuelle* de la Terre n'est autre chose que celle qu'elle a pris, en vertu de la même pesanteur diminuée dans sa quantité, & changée dans la direction, par la Force centrifuge. De telle sorte que les parties de la Terre supposée fluïde, n'ont pû demeurer en repos & en équilibre entre elles, qu'aprés que leur surface est redevenuë perpendiculaire aux directions de la Pesanteur, & qu'une plus grande hauteur ou quantité de fluïde vers l'Equateur, a compensé un plus grand effort vers les Poles, ou une moindre quantité du même fluïde, mais plus pesant vers les Poles que vers l'Equateur.

C'est-là, si je ne me trompe, où nous conduit le fil du raisonnement de M. *Huguens*, & c'est à peu-près ce qu'a dû penser un grand Geometre tel qu'il étoit, avec les connoissances qu'on avoit de son temps sur cette matiere. Il a employé la *Fausse position* où les observations immediates lui manquoient: ou plustôt il a supposé que les choses

s'étoient faites dans la nature de la maniere la plus ſimple dont on peut concevoir qu'elles ont dû ſe faire par les loix du mouvement. Son principe eſt fondé ſur des idées claires, & les conſéquences qu'il en tire me paroiſſent revêtuës de toute l'évidence, & de toute la certitude qu'on peut exiger dans de ſemblables matieres.

XX. Mais je ne crois pas qu'il faille reſtraindre la Theorie que nous fournit le raiſonnement de M. *Huguens*, au cas particulier ſur lequel roule ſa recherche. Pourquoi ne pourrions-nous ſuppoſer primitivement pour la formation de la Terre qu'une maſſe fluïde ſpherique, & des directions de peſanteur concourantes au centre de cette maſſe! J'avoüe qu'il eſt naturel de commencer par imaginer la figure, & les mouvements des corps qui compoſent l'Univers, comme les plus réguliers qu'il ſoit poſſible; de penſer, par exemple, que la Terre a dû être d'abord parfaitement ſpherique, pluſtôt qu'un ſpheroïde allongé ou applati vers les Poles, & que les directions de la peſanteur qui a aſſemblé ſes parties devoient pluſtôt concourrir à ſon centre, que tendre vers un autre point, vers une ligne, ou vers un plan de quelque étenduë autour de ſon centre. Et il eſt même vrai en general, qu'on ne doit point quitter le ſimple & le régulier pour aller au compoſé & à l'irrégulier, ſans une raiſon ſuffiſante. Mais ſi les obſervations immediates & les plus exactes que nous ayons ſur cette matiere, s'accordent à donner à la Terre une figure incompatible avec cette ſphericité primitive, & avec les directions de la Peſanteur concourantes au centre, qu'eſt-ce qui nous empêchera d'attribuer primitivement à la Terre une figure & des directions de Peſanteur les plus convenables aux obſervations! Pour moi, je ne vois pas que cela ôte rien à la ſolidité de la methode de M. *Huguens* dans cette recherche, ni que la raiſon doive trouver aucune répugnance à s'y ſoumetre. Car après tout, à conſiderer la choſe en elle même, il n'eſt ni impoſſible, ni contraire à ce que l'experience nous a fait connoître des mouvements des corps celeſtes, que les

directions de la Pesanteur tendent vers un lieu de quelque étenduë, ou ailleurs qu'au centre du Tourbillon où elle agit, & que la figure de ces corps s'éloigne un peu quelquefois de la parfaite régularité. On en peut imaginer plusieurs causes très vrai-semblables ; telle seroit, par exemple, la figure irréguliére du Tourbillon, occasionnée par la pression, par la disposition, & par la differente grandeur des tourbillons voisins, &c.

Ainsi il n'est question que de chercher par des observations immediates quelle est veritablement aujourd'hui la figure de la Terre. De sa figure actuelle on en pourra conclure sa figure primitive, & de cette figure les directions primitives de la Pesanteur, lesquelles nous ne sçaurions connoître sans cela, que changées, & pour ainsi dire déguisées par la Force centrifuge.

Par exemple, il est clair que si la Terre étoit actuellement un spheroïde applati tel que celui dont M. *Huguens* a donné l'équation, la Terre auroit dû être primitivement spherique, & que les directions des poids auroient dû concourir à son centre. Si elle étoit actuellement un spheroïde plus applati que ne le donne le calcul de M. *Huguens*, elle auroit dû résulter d'un spheroïde moins applati, dans lequel le lieu de tendance des graves auroit dû primitivement occuper un espace circulaire autour du centre dans le plan de l'Equateur (*Art. IV.*) & un espace moins grand que celui qu'il occuperoit presentement. Mais si la Terre étoit actuellement une Sphere parfaite, elle auroit dû être primitivement un spheroïde oblong, où les directions de la pesanteur auroient concouru sur une portion de l'axe de part & d'autre du centre : & c'est ce qu'il faudra dire de toute Planete tournant sur son axe, & qui sera parfaitement spherique. C'est encore le cas du spheroïde actuellement oblong, qui ne sçauroit avoir résulté que d'un spheroïde primitivement plus oblong, & où le lieu de tendance des graves occupoit une plus grande portion de l'axe. En general le mouvement autour de l'axe doit avoir accourci l'axe

primitif, & élevé sa surface de la Terre vers le plus grand cercle de sa révolution, qui est l'Equateur, & en même temps avoir rapproché les directions du centre, dans les spheroïdes primitivement oblongs, & les en avoir écartées dans la sphere & les spheroïdes primitivement applatis.

Desorte que quelque figure qu'on donne à la Terre, quand on aura une fois déterminé par les observations la courbe qui est censée l'engendrer par sa révolution autour de l'axe, on trouvera par l'inverse sa figure primitive, & conséquemment les veritables directions de la Pesanteur considerée en elle-même, & indépendemment des forces centrifuges. En un mot, c'est aux observations à nous fournir de quoi déterminer le changement que les forces centrifuges peuvent avoir apporté à la figure de la Terre, & non pas aux forces centrifuges à fixer la figure que la Terre doit avoir aujourd'hui.

FIG. V. XXI. Il est donc clair, selon ces principes, que le spheroïde *ADBE* doit avoir eu primitivement une figure differente de celle que nous prenons pour la figure actuelle de la Terre, & qui lui est venuë par sa révolution diurne autour de l'axe. Et parce que, comme nous venons de voir, cette révolution doit avoir élevé sa surface primitive vers l'Equateur où la force centrifuge est plus grande, & l'avoir abbaissée vers les poles où la force centrifuge est plus petite; il suit que la Figure *ADBE*, si elle est oblongue, doit avoir été primitivement plus oblongue, sa surface ayant dû s'abbaisser vers les Poles, jusqu'à ce qu'elle soit redevenuë perpendiculaire aux directions des poids détournés de leur premiére ligne par la force centrifuge.

XXII. Il est encore évident que la figure primitive du spheroïde oblong *A D B E* devra avoir été plus changée par la révolution diurne, que ne l'auroit été la sphericité primitive du spheroïde plat de M. *Huguens*. Car comme il a été démontré (*Prop. V. Art. XI.*) la force centrifuge sous l'Equateur a un plus grand rapport à la force centrifuge d'un degré de latitude quelconque entre l'Equateur &

le

le Pole, dans un speroïde oblong, que dans la sphere.

XXIII. M. *Huguens* a donné l'Equation algebrique de la courbe generatrice du spheroïde applati, par rapport à la Terre supposée primitivement spherique; & M. *Hermann*, qui avoit trouvé la même courbe par le calcul integral, dans sa réponse à M. *Nieuwentiit*, l'a encore donnée par synthese, & avec la construction, dans sa *Phoronomie*. Je ne chercherai point ici l'Equation à la courbe du spheroïde oblong *ADBE*, parce que je ne connois point la nature de la courbe ou Meridien primitif, & qu'on ne peut la connoître que par la courbure actuelle, que je ne détermine point.

PROPOSITION VIII.

XXIV. *Dans tous les cas des Propositions précedentes, où nous avons supposé, que le lieu de tendance des graves étoit étendu sur l'axe du Spheroïde, de part & d'autre du centre* (Spheroïde oblong, Art. IV.) *ou sur un cercle autour du centre & perpendiculaire à l'axe* (Spheroïde applati, ibid.)

Je dis que le centre du Spheroïde soutient une partie de l'effort de la pesanteur, qui est à l'effort total sur un point quelconque de la surface du Spheroïde entre l'Equateur & le Pole, comme le sinus de latitude de ce point au sinus total, dans le spheroïde oblong; & comme le sinus du complement de latitude au sinus total, dans le spheroïde applati.

1°. Soit d'un point *Q*, & d'une latitude quelconque *DQ*, sur le Meridien du spheroïde oblong *ADBE*, mené la ligne de tendance *QY*, & pareillement d'un autre point *X*, d'une latitude *EX*=*DQ*, une ligne de tendance *XY*, qui ira aboutir au même point *Y*, à cause de l'égalité que nous supposons toûjours entre les quatre parties *AD*, *AE*, &c. du Meridien ovale *ADBE*. FIG. VIII.

Si l'on joint les points *Q* & *X* par la ligne *QX*, qui coupe l'axe *AB* à angles droits au point *M*, il est évident que le point *Y* sera censé tiré ou poussé par trois puissances *Q*, *X*, *Y*, ou *C*, selon les directions *QY*, *XY*, *YM*, ou *CY*, & que ces trois puissances, considerées dans l'état

d'équilibre, ſeront entr'elles, comme les lignes *QY*, *XY*, & 2*MY*. Car les lignes de tendance égales *QY*, *XY*, peuvent être priſes pour les côtés d'un parallelogramme dont la diagonale eſt double de *MY*. Donc ſi l'on fait ſeulement attention à la peſanteur ou à la puiſſance qui agit ſur le point *Q*, par exemple, cette puiſſance ſera exprimée par la ligne *QY*, & ſon effort ſelon *YC* contre le centre *C*, par la ligne *MY*. Or *MY* repreſente le ſinus de la latitude du point *Q*, & à cauſe de l'angle droit en *M*, *QY* repreſente le ſinus total. Donc, &c.

2°. Il eſt clair que dans le ſpheroïde applati où *DE* repreſente l'axe de révolution, *AB* le diametre de l'Equateur, *AQ* la latitude du point *Q*, *MY* ſera le ſinus du complement. Donc, &c.

MY *ſe trouve en même temps la ſous-normale de la courbe* ADBE *par rapport à l'axe* AB, *&* QY *la perpendiculaire ; de ſorte qu'on auroit pû énoncer la propoſition ſous cette forme ;* Ce que le centre ſoutient de la peſanteur, eſt à la peſanteur abſoluë ſur un point quelconque de la ſurface, comme la ſous-normale de la courbe generatrice du ſpheroïde à la perpendiculaire.

Il faut prendre garde auſſi que le lieu de tendance des graves ſoutient l'autre partie de l'effort de la peſanteur, en raiſon de QM *à* QY, *& que* QM *eſt l'ordonnée au point* Q, *ou le ſinus du complement de latitude dans le ſpheroïde oblong ; & le ſinus de latitude dans le ſpheroïde applati. De ſorte que lorſque* QM, *en avançant vers* DC, *ſe confond enfin avec* DC, *& le point* Y *avec le centre* C, *ce point ne ſoutient tout l'effort de la peſanteur que comme appartenant au lieu de tendance, & qu'entant que centre il n'en ſoutient rien du tout ; puiſque alors* MY, *qui exprime ce que le centre ſoutient de la peſanteur, devient nulle.*

PROPOSITION IX.

XXV. *Par la Propoſition précedente l'effort de la Peſanteur ne ſe tranſmet au centre du Spheroïde, qu'après avoir*

passé par la ligne de tendance QY, *& par une partie* YC, *qui est une portion de l'axe & du lieu de tendance dans le spheroïde oblong, & d'un rayon du cercle qui fait le lieu de tendance dans le spheroïde applati; & ainsi la pesanteur agit dans deux lignes droites* QY, YC, *qui font un angle entre elles, excepté lorsque le point donné* Q *tombe sur l'axe même, ou sur le plan de l'Equateur.*

Maintenant si l'on suppose que l'effort de la Pesanteur ou le poids de chacune des parties de la Terre se transmete jusqu'au centre du spheroïde, sans passer par aucun autre point du lieu de tendance que ce centre, excepté à l'égard des parties qui sont sur l'axe même, ou sur le plan de l'Equateur;

Je dis que la Pesanteur agira dans une courbe QFC.

Par la loi constante de la direction perpendiculaire des poids à la surface de la Terre, chaque direction d'un poids, en quelque lieu qu'il se trouve, est toûjours confonduë avec le rayon osculateur de la courbe ovale, qui par sa révolution engendre le Spheroïde terrestre. Mais la Sphere, ou sa generatrice, le cercle, est la seule courbe dont tous les rayons osculateurs aboutissent à un point, ou dont la Développée soit un point. Donc il n'y a que la Sphere qui puisse avoir toutes les directions des poids perpendiculaires à sa surface, & concourantes au centre. Donc si dans un spheroïde quelconque l'effort de la Pesanteur se transmet au centre, sans passer par aucun autre point du lieu de tendence, il faut qu'il s'y transmette, en passant depuis la surface jusqu'au centre, par une infinité de directions differentes, dont le concours *QFC* formera la ligne le long de laquelle la pesanteur agit depuis la surface jusqu'au centre. Or une ligne finie composée d'une infinité de directions differentes ne peut être qu'une courbe. Donc, &c.

XXVI. On dira peut-être que la Pesanteur pourroit bien agir dans un nombre fini de lignes droites finies, & transmettre ainsi son effort par sauts depuis la surface jusqu'au centre. Et j'avoüe qu'entant que c'est un fait qui par lui même n'emporte aucune contradiction, je ne sçaurois

démontrer le contraire. Mais cette idée eſt entierement oppoſée à tout ce que nous connoiſſons de Phenomenes de la nature en general, & de la Peſanteur en particulier. Tout mouvement qui ſe détourne du rectiligne par quelque loi generale, s'en détourne par degrés inſenſibles, & par-là devient curviligne. Il faut donc imaginer le Spheroïde terreſtre, comme compoſé d'un nombre infini de couches ou d'enveloppes, depuis ſa ſurface juſqu'au centre: de maniere que la direction de la Peſanteur étant d'abord perpendiculaire à ſa ſurface ou à ſa premiére couche infiniment mince, elle quitte à la rencontre de la ſeconde la perpendicularité qu'elle avoit à l'égard de la premiére, & que ſe trouvant perpendiculaire à cette ſeconde, elle s'en détourne un inſtant après, & devient perpendiculaire à la troiſiéme, & ainſi de ſuite juſqu'au centre.

XXVII. J'appellerai cette courbe *Directrice de la Peſanteur au centre*, ou en general, *Directrice de la Peſanteur*. A la conſiderer geometriquement, ce n'eſt qu'une des fameuſes *Trajectoires* de M. *Bernoulli*.

Il ſuffira, par rapport à mon ſujet, de donner une idée de cette courbe ſur l'hypotheſe la plus ſimple, qui eſt celle du ſpheroïde formé par la révolution d'une ellipſe ordinaire autour de ſon grand ou de ſon petit axe; car il eſt clair, que la courbe QFC *ſera la même, ſoit que le ſpheroïde ſoit oblong ou applati, pourvû qu'il ſoit engendré par la même ellipſe.*

Pour avoir une expreſſion generale de la Directrice de la Peſanteur *pour toutes les ovales poſſibles, il faudroit avoir l'expreſſion de ces ovales par quelque proprieté eſſentielle qui leur fut commune. Mais je ne ſçache pas qu'il y ait une équation, ou quelque proprieté conſtante & eſſentielle, qui puiſſe convenir à toutes les ovales poſſibles capables de produire, par leur révolution autour d'un axe, le Spheroïde Terreſtre, de la maniere generale, & avec les conditions ſelon leſquelles nous l'avons conſideré juſqu'ici. Car ces courbes peuvent être ou Geometriques, ou Mechaniques, & former l'ovale entiere, en rentrant en elles-mêmes, comme l'ellipſe, ou par l'aſſemblage*

de deux ou de quatre branches ou portions égales & ſemblables, telle que ſeroit, par exemple, la figure qui reſulte de deux Cycloïdes oppoſées de part & d'autre d'une même baſe, &c. Et ce qu'on appelle communement Ellipſes de divers genre, Equation generale aux Ellipſes, par le moyen des expoſants indeterminés des inconnuës x *&* y, *n'eſt proprement qu'une dénomination relative à l'expreſſion algebrique de l'ellipſe ordinaire, pluſtôt qu'à la figure qu'elles repreſentent; puiſque ces ellipſes de divers degrés, étant conſtruites, donnent ſouvent des courbes très differentes de l'ellipſe, &, en general, de l'ovale dont il s'agit ici.*

PROPOSITION X. *Probleme.*

XXVIII. *Trouver la Directrice de la Peſanteur au centre dans le Spheroïde oblong formé par la révolution d'une ellipſe autour de ſon grand axe.*

Ayant ſuppoſé, comme ci-deſſus, que *ADBE* eſt un Meridien, *AB* l'axe, *C* le centre, *DCE* le diametre de l'équateur, *GOH* la développée; ſoit pris ſur le rayon oſculateur *DO*, ou *AG*, une infinité de points *D*, *d*, *d*, &c. ou *A*, *a*, *a*, &c. FIG. IX.

Il eſt évident que dans le même temps que le point *A* décrit la courbe *AD*, par le développement de *GO*, chacun des points *a*, *a*, &c. décrit une autre courbe *ad*, *ad*, &c. & que toutes ces courbes ſeront paralleles entre elles. Car de quelque point *R*, que l'on mène le rayon *RT*, il les coupera toutes à angles droits, & l'on aura toûjours $Rr = Aa = Dd$, $rr = aa = dd$, &c.

Il eſt donc impoſſible que les directions de la peſanteur, en partant d'un point *R*, pris par-tout ailleurs que ſur l'Equateur ou ſur les Poles, coupent perpendiculairement les couches du Spheroïde Terreſtre, & aillent aboutir au centre, ſi ces couches ſont paralleles entre elles.

XXIX. Mais ſi l'on imagine que chacune des couches *ADBE*, *adbe*, &c. ſoit telle qu'il y ait toûjours même rapport entre le grand axe & le petit, enſorte que *AB*. FIG. X.

DE :: *ab* . *de*, & que toutes les ellipſes generatrices ſoient ſemblables, & ayent pour centre commun le point *C*; il eſt clair qu'en avançant toûjours ainſi vers ce centre, la derniére ellipſe ſe confondra avec lui. C'eſt pourquoi ſi les directions de la Peſanteur commencent, par exemple, au point *M*, entre le Pole & l'Equateur, & viennent toûjours couper à angles droits les ellipſes *AMD*, *amd*, &c. la derniére de ces directions arrivera enfin au centre *C*, & la courbe décrite par leur concours ſera *MmC*.

Pour connoître la nature de cette courbe, ſoit d'un point *M*, de quelqu'une des ellipſes ſemblables *ADBE*, mené l'ordonnée *MP*, à leur axe indéfini *AB*, & la perpendiculaire *MR*, à cette ellipſe. Soit l'origine des inconnües *CP* (x) qui va vers *A*, *PM* (y) qui va vers *D*, au centre commun *C*. Si l'on fait le rapport conſtant & donné du grand axe *AB*, *ab*, &c. de toutes ces ellipſes, à ſon parametre :: *m*. *p*. on aura par la proprieté de l'ellipſe *AB*, ou *ab*, &c. $(m). p :: CP (x). RP = \frac{p}{m} x$, qui eſt l'expreſſion de la ſous-perpendiculaire des Ellipſes *ADBE*, *adbe*, &c. & de la ſous-tangente de la courbe *MmC*, qui les coupe à angles droits. Donc $\frac{px}{m} = \frac{ydx}{dy}$; d'où l'on tire $pxdy = mydx$, & diviſant par xy; $\frac{pdy}{y} = \frac{mdx}{x}$, qui ſont des differentielles logarithmiques, dont l'integrale eſt $y^p = x^m$.

Ce qui fait voir que la courbe cherchée eſt une Parabole d'un degré d'autant plus élevé, que le rapport du grand axe des ellipſes au parametre de cet axe, eſt exprimé par de plus grands nombres, & que ſi ce rapport ne peut être exprimé par nombres, la ligne *MmC* deviendra une courbe exponentielle.

REMARQUES.

XXX. La commenſurabilité ou l'incommenſurabilité de l'axe avec ſon parametre ne ſçauroient apporter qu'une difference infiniment petite à la courbure des Directrices

de la Pesanteur. Car l'addition, ou le retranchement d'une quantité plus petite qu'aucune quantité assignable, peut introduire, ou faire évanoüir la commensurabilité ou l'incommensurabilité entre ces deux grandeurs, sans causer aucun changement sensible à l'ellipse generatrice du Spheroïde. Ainsi le passage des Directrices de la Pesanteur, de l'algebrique à l'exponentiel, & réciproquement de l'exponentiel à l'algebrique, est imperceptible.

XXXI. La courbure des Directrices de la Pesanteur sera d'autant plus petite, que le rapport des axes de l'ellipse approchera davantage de l'égalité, & qu'en ce sens le grand axe & son parametre devront être exprimés par de plus grands nombres, c'est-à-dire, selon que $\frac{m}{p}$ est égal à une plus petite fraction au dessus de l'unité. Car alors les ellipses semblables qui representent les couches du Spheroïde, different d'autant moins du cercle, & moins elles different du cercle, plus elles approchent entre elles du parallelisme, qui est le cas où elles sont coupées perpendiculairement par des lignes droites.

XXXII. Par une semblable raison, la même branche de chacune des Directrices, que je prends pour des Paraboles, deviendra en general d'autant moins courbe qu'elle s'éloignera davantage de son origine, qui est le centre commun des ellipses. Car plus les ellipses deviennent grandes, plus elles approchent entr'elles du parallelisme, l'inégalité de distance de differents points de leurs circonferences se trouvant répanduë sur des arcs semblables d'une plus grande longueur. Ce qui est encore évident par l'augmentation du rayon osculateur de chaque branche de Parabole, depuis son origine, son sommet, ou son point d'inflexion ou de rebroussement *C*, jusqu'à l'infini; & il n'en faut excepter que certains cas où ce rayon osculateur pourroit se trouver infini au point *C*; comme dans la premiére Parabole cubique $nny = x^3$, dans la seconde du quatriéme genre $n^2y^3 = x^5$, &c. encore dans tous ces cas le rayon oscula-

teur n'eſt-il pas pluſtôt devenu fini, qu'il augmente continuellement dans la ſuite : de ſorte que plus la branche de la Parabole, & en general *(Art. XXX.)* de la Directrice quelconque *CM*, s'éloigne du centre des ellipſes, plus ſa c urbure diminuë.

XXXIII. Il eſt clair que le parametre de chacune de ces Paraboles doit être pris d'autant plus petit que le point *M* eſt à une moindre latitude, eu égard à la couche *AMD* ſur laquelle il ſe trouve, & qu'il approche davantage de l'Equateur *D*, & au contraire, que ce Parametre doit être pris d'autant plus grand que le point *M* eſt plus près des Poles. Car on a toûjours $n^q = \frac{x^m}{y^p}$, (en prenant n pour le paramétre & l'unité, & $q = m - p$, pour l'expoſant de ſes dimenſions) y diminuant à meſure que x augmente, & au contraire. De ſorte que lorſque le point *M* eſt pris en *D*, il vient $n^q = \frac{x^m}{y^p} = \frac{o}{y^p} = o$, & la Directrice de la peſanteur ſe confond avec le diametre *CD* dans le plan de l'Equateur ou devient une ligne droite : & lorſque *M* eſt pris en *A*, $n^q = \frac{x^m}{y^p} = \frac{x^m}{o} = \infty$, & la courbe ſe confond avec l'axe de la Terre, & devient encore une droite.

XXXIV. D'où l'on voit que chaque Directrice de la Peſanteur *CmMQ*, coupe toutes les couches *AMD*, *amd*, &c. à un different degré de latitude; ou, ce qui eſt la même choſe, qu'un même degré de latitude, pris ſur differentes couches du Spheroïde, répond à autant de Directrices differentes. Car $\frac{x^m}{y^p}$ varie toûjours dans le cours de chaque Directrice *CMQ*, & la tangente *MR*, menée d'un point quelconque *M*, fait un angle d'autant plus grand avec le demi-diametre *DC*, de l'équateur *DE*; que ce point, commun à la Directrice & à une des couches du Spheroïde, eſt pris ſur une plus petite couche & plus près du

du centre *C*, où l'angle devient droit, & où la tangente se confond enfin avec l'axe *AB*. On trouvera aussi, si l'on y fait attention, que tous les points, qui indiquent dans un plan *AQBE*, le même degré de latitude sur toutes les couches du Spheroïde, depuis le centre *C* jusqu'à la derniére *AMD*, & au de-là à l'infini, on trouvera, dis-je, que tous ces points ou degrés de même latitude sont à une droite, qui coupe obliquement toutes ces couches ou Meridiens; que cette obliquité varie à differentes latitudes, qu'elle a un *Maximum* entre l'Equateur & le Pole, plus ou moins vers le milieu, selon la nature des courbes semblables *AD*, *ad*, &c. & un *Minimum* sous l'Equateur & sous le Pole où elle s'évanoüit, la ligne droite ou, le lieu de tous les degrés semblables de latitude se confondant en ces endroits avec la Directrice de la Pesanteur & coupant toutes les couches du Spheroïde à angles droits. (*Art. XXXIII.*)

XXXV. La seconde branche des Directrices de la Pesanteur, à les considerer toûjours comme des Paraboles, satisfait aussi au Probleme, & va couper un autre quart des ellipses, dans l'angle au dessous, ou opposé, ou à côté, selon que *m* & *p* signifient des nombres pairs ou impairs, & conformément à la Theorie des Paraboles de divers genre. Sçavoir;

Dans les cas où *m* étant impair, *p* est pair; par exemple dans la seconde Parabole cubique $ny^2 = x^3$, où l'axe *AB* de la Terre seroit au diametre *DE* de l'Equateur comme 3 est à $\sqrt{6}$, la seconde branche *CN* coupe les ellipses dans l'angle *ACE*, qui est au dessous de l'angle *ACD*, où est la premiére branche *CM*, & du même côté: c'est-à-dire, par rapport au spheroïde, sur le même parallele, & dans le même hemisphere polaire.

Lorsque *m* est pair, & *p* impair, comme dans la Parabole ordinaire $ny = xx$, où *AB*. *DE* :: 2. $\sqrt{2}$, les deux branches de la courbe se trouvent de part & d'autre du demi-diametre *CD* de l'Equateur; c'est-à-dire, que la seconde branche $C\mu$, est dans l'angle *DCB*, de l'autre côté, & va

couper le même Meridien à un ſemblable degré de latitude dans l'autre hemiſphere polaire.

Enfin, lorſque m & p ſont impairs, comme dans la première Parabole cubique $n^2y^1 = x^3$, où $AB . DE :: 3 . \sqrt{3}$. la ſeconde branche Cv va couper les ellipſes dans l'angle oppoſé ECB, & paſſe par les Antipodes du point M. Ce qui eſt auſſi le cas des Cercles, ou de la Terre ſpherique, qui donne $AB = DE$, & $\frac{m}{p} = 1$, (*Art. XXXI.*) & où MCv devient une droite en quelque endroit du globe que l'on prenne le point M.

XXXVI. Selon les dernieres obſervations & les derniers calculs de M. *Caſſini*, ſur la grandeur des degrés Terreſtres, & dans l'hypotheſe du Spheroïde elliptique oblong, il ſuit que l'axe AB eſt de 6, 579, 368 toiſes, & le diametre de l'Equateur de 6, 510, 796. Ce qui donne entre eux à peu-près le rapport de 96 à 95, & pour le parametre de AB, $94 + \frac{1}{96}$; negligeant la fraction, car cela devient ici inſenſible, & diviſant 96 & 94, par 2, on a 48 & 47, pour le rapport de l'axe de la Terre à ſon parametre. Ainſi la Directrice de la Peſanteur, dans un tel ſpheroïde, ſera $n^{48-47}y^{47} = x^{48}$, ou $ny^{47} = x^{48}$, qui a ſes deux branches de part & d'autre d'un même rayon de l'Equateur.

Mem. de 1718. p. 255.

XXXVII. On peut imaginer avec aſſés de vrai-ſemblance, que ſi l'hypotheſe des Directrices de la peſanteur a lieu, ces courbes ne ſe terminent pas à la ſurface de la Terre, & qu'elles peuvent s'étendre juſqu'aux extremités du Tourbillon terreſtre. Ainſi la directrice CmM, par exemple, partant du centre C, & arrivant à la ſurface M, devra paſſer au de-là indéfiniment vers Q; enſorte que tout corps tombant en M, la décriroit par ſa chûte. D'où l'on voit que ſi l'on pouvoit obſerver courbure ſoit par la ſuſpenſion d'une chaiſne, ou d'un tuyau flexible & plein de liqueur, ſoit par le mouvement de quelque corps, ou enfin par quelque autre moyen que ce puiſſe être, on uroit par l'inverſe du Probleme ci-deſſus (*Art. XXIX.*) la

courbe generatrice du Spheroïde terrestre. Ainsi dans l'exemple proposé, les Paraboles $y^{47} = x^{48}$, ou generalement $y^p = x^m$, redonneroient les ellipses $mm - xx = \frac{m}{p} yy$, d'où l'on tireroit l'ellipse déterminée *ADBE*, par le moyen de son grand axe, qu'on sçait être de 6,579,368 toises. Mais si la Directrice de la Pesanteur ne peut differer que bien peu d'une droite, depuis la surface jusqu'au centre, dans un spheroïde tel que nous supposons la Terre *(Art. XXXI.)* à plus forte raison sera-t-elle sensiblement droite à une grande distance de la Terre & vers les extremités de son Tourbillon *(Art. XXXII.)* Il n'y a donc pas d'apparence que les Directrices de la Pesanteur puissent devenir observables. Cependant la rigueur geometrique nous empechera de les regarder comme de veritables droites, dans bien des occasions, où elle ne nous permettra pas de regarder la Terre comme une veritable sphere.

XXXVIII. La necessité des Directrices de la Pesanteur, entant que lignes courbes, peut se démontrer par la generation de la Terre *(Art. XIX. & XX.)* Car, selon cette idée, & selon l'hypothese du Spheroïde, soit oblong ou applati, il faudra toûjours imaginer que les parties de matiere qui composent la Terre, se sont assemblées autour d'un centre, par des lignes de direction, qui ne concouroient pas toutes à ce centre, ni à aucun autre point unique; soit parce que telles étoient primitivement les tendances de la Pesanteur dans le Tourbillon terrestre, soit à cause de la modification que le mouvement circulaire de ces mêmes parties autour d'un axe, apportoit à leurs tendances; ainsi qu'il a été expliqué *(Art. XX.)* Cela posé, à quelque instant de la formation de la Terre qu'on s'arrête, depuis le centre ou le noyau du Spheroïde, jusqu'à sa derniere couche, je dirai de la surface qu'avoit la Terre dans cet instant, ce que j'ai dit *(Art. XIX. fin.)* de la surface qu'elle a aujourd'hui, les directions de la pesanteur lui devront toûjours être perpendiculaires. Or des directions perpendicu-

laires à une infinité de ſurfaces ou couches ſemblables infiniment minces d'un ſpheroïde, ne ſont autre choſe dans leur concours *(Art. XXV.)* que les élements d'une courbe.

XXXIX. Voyons preſentement quelle devra être la meſure du poids d'un même corps ſur chaque point de la Directrice de la Peſanteur à differentes diſtances de l'origine de cette courbe ou du centre du ſpheroïde, en faiſant abſtraction du mouvement diurne.

Nous avons ſuppoſé juſqu'ici que les corps de même maſſe peſoient également ſur des points quelconques de la ſurface de la Terre immobile *(Art. IX.)* & nous l'avons ſuppoſé ainſi, non ſeulement pour ne pas embarraſſer de trop de circonſtances l'examen d'une queſtion déja aſſés compliquée par elle-même, mais encore pour mieux ſuivre les raiſonnements de M. *Huguens* ſur la force centrifuge produite par le mouvement diurne, dans leſquels il ſuppoſe toûjours l'égalité des poids ſur la ſurface de la Terre dans ſon état de repos. Or il ſuit de cette ſuppoſition, & de celle du Spheroïde oblong, que la peſanteur d'un corps devra être la même dans tous les points de la Directrice de la Peſanteur au centre. Car, ſelon cette derniere hypotheſe, tous les points de la ſurface de la Terre ne ſont pas à même diſtance du centre. Or ſi la differente diſtance du centre n'apporte aucun changement à la peſanteur des corps placés ſur la ſurface, ~~on ne voit pas pourquoi elle en apporteroit~~ à la peſanteur des mêmes corps placés ſur differents points de la Directrice, au dedans ou au dehors du Spheroïde.

Mais outre que cette conſequence eſt contraire aux opinions les plus reçûës aujourd'hui ſur la Peſanteur, elle eſt fondée ſur une ſuppoſition, qu'il ſemble que nous n'avons pas eu le même droit d'admettre que M. *Huguens*. Car dans le Traité de la Peſanteur de M. *Huguens*, la Terre, ſuppoſée immobile & dans ſon état primitif, eſt une ſphere parfaite. Or quelle que fut la force de la Peſanteur à differentes diſtances du centre dans une ſphere, elle ne ſçauroit varier ſur quelque point que ce ſoit de ſa ſurface, puiſqu'ils

pourquoi en apporteroit elle ?

v &

ſont tous également éloignés du centre. Dans ces recherches, au contraire, nous avons preſque toûjours ſuppoſé que la Terre étoit un Spheroïde oblong tant dans ſon état de repos, que dans ſon mouvement *(Art. XXI.)* De ſorte qu'à moins que d'imaginer la Peſanteur toûjours la même dans toute l'étenduë de ſon action, depuis le centre juſqu'aux extremités du Tourbillon terreſtre, il ne paroît pas vrai-ſemblable qu'elle ne varie pas ſur differents points de la ſurface de la Terre. Mais ſi elle vient à varier, par exemple, en raiſon renverſée des diſtances au centre, ou des quarrés de ces diſtances, comme on le croit communement aujourd'hui, l'induction tirée de la Prop. V. *(Art. XVIII.)* ſur l'accord des obſervations du pendule & de l'hypotheſe du ſpheroïde oblong, perd toute ſa force. Car il peut ſe faire que l'augmentation de peſanteur des corps vers l'Equateur, en conſequence de leur proximité du centre, compenſe, ou ſurpaſſe l'augmentation des forces centrifuges en conſequence de la figure oblongue de la Terre.

XL. D'un autre côté ſi l'on détermine le degré de la Peſanteur par la diſtance du centre, ou par le quarré, ou par quelque autre *Fonction* que ce puiſſe être de la droite *QC*, par exemple, qui meſure cette diſtance, on ſera obligé Fig. VIII. de regler la Peſanteur ſur la longueur d'un chemin qu'aucune de ſes directions ni aucun corps peſant ne ſuit jamais *(Art. III.)* excepté ſur l'axe, ou ſur le plan de l'Equateur, ce qui paroît abſurde, ou de faire les directions des poids obliques à la ſurface de la Terre, excepté ſur l'axe, ou ſur le plan de l'Equateur, ce qui eſt contraire aux plus ſaines idées de la Statique *(Art. II. & XIX.)* Faudra-t-il donc meſurer les differentes peſanteurs d'un même corps aux points *R, Q, F,* &c. par la longueur des courbes *RC, QFC, FC*, &c. qu'il ſuivroit en tombant, ou par quelqu'une de leurs *Fonctions!* Mais c'eſt retomber en partie dans un des inconvenients que nous venons de remarquer. Car quoique les corps peſants placés en *R, Q, F,* & abandonnés à eux-mêmes, duſſent parcourir les Direc-

trices *RC, QFC, FC,* & arriver ainsi au centre de la Terre, il est certain neantmoins qu'à chaque instant de leur chûte, ils tendroient à s'en échapper par la droite tangente en ce point, laquelle est alors leur veritable & unique direction. Desorte que si l'on mesuroit, dans un de ces instants quelconque, le degré de leur pesanteur, par la courbe directrice menée du lieu où ils seroient, au centre, ce seroit le mesurer par un chemin que la pesanteur ne ~~leur~~ feroit point parcourir dans cet instant. Sera-ce donc enfin par la ligne de tendance *QY*, ou par cette ligne plus la partie de l'axe *YC*, que nous évaluërons la pesanteur des corps à differentes distances du centre, & sur differents points de la surface du Spheroïde ! Mais l'action de la Pesanteur ne se termine pas en *Y (Art. XXIV.)* c'est pourquoi il n'y a aucune raison de mesurer la Pesanteur par la ligne *QY* seulement ; & si l'on y ajoûte la portion de l'axe *YC*, par le moyen de laquelle une partie de l'effort de la Pesanteur se transmet au centre *(Ibid.)* c'est encore mesurer en partie le poids d'un corps à un point, & dans un instant quelconque, par la longueur d'un chemin different de sa direction, & que la Pesanteur ne tend pas à lui faire parcourir dans cet instant. Quelle ligne ou quelle grandeur prendrons-nous donc ici pour la mesure de la Pesanteur dans les differentes distances du centre !

Un éclaircissement va satisfaire à toutes ces difficultés ; & ajoûter un nouveau degré de probabilité à l'hypothese du Spheroïde oblong.

XLI. Le fait étant posé, ainsi que la pluspart des Physiciens & des Astronomes modernes le reçoivent, que le poids des corps augmente à mesure qu'ils sont plus prés du point central de la Pesanteur, en raison réciproque des quarrés des distances ; ce fait, dis-je, étant posé, il n'est pas possible d'en concevoir distinctement d'autre cause, que la densité des impulsions ou des lignes dans lesquelles se font les efforts ou les impulsions de la Pesanteur, cette densité étant d'autant plus grande que ces lignes approchent da-

vantage du point de leur convergence. Imaginons, par exemple, une infinité d'impulſions ou de tendances de *G*, *A*, *B*, *H*, &c. vers un même point *K*, ou, pour parler le langage des Geometres, ſoit en *K*, une force centripete dont l'action ſe répande à la ronde indéfiniment & en tous ſens, par des droites ou rayons *KG*, *KA*, *KB*, *KH*, &c. Si l'on ſuppoſe deux ou pluſieurs Spheres *X*, *Z*, &c. concentriques autour du point *K*, on ſçait que les portions ſemblables *AB*, *EF*, de leurs ſurfaces ſeront entre elles en raiſon réciproque des quarrés de leurs rayons *AK*, *EK*; & parce que chacune de ces portions ſoutient un même nombre de rayons ou d'impulſions *AK*, *BK*, & *EK*, *FK*, il eſt clair que la denſité de ces impulſions ſera en raiſon des ſurfaces qui les ſoutiennent, c'eſt-à-dire, en raiſon ſoudoublée des rayons/ou diſtances *AK*, *EK*. C'eſt pourquoi ſi un même corps ou des corps de même maſſe *AB*, *ab*, ſe trouvent à differentes diſtances du point où concourent toutes les directions des efforts de la Peſanteur, leurs poids doivent être réciproquement comme les quarrés de ces diſtances. D'où il eſt évident que, dans l'hypotheſe dont il s'agit, les differentes diſtances du point central n'apportent du changement à la peſanteur d'un corps, qu'entant qu'elles ſont inſéparables du plus ou du moins de denſité des lignes dans leſquelles on imagine que ſe font les efforts de la Peſanteur. FIG. XI. /&

XLII. Cela étant bien conçu, on voit bien qu'une pareille meſure de la peſanteur dans le cas du Spheroïde terreſtre, ſoit oblong ou applati, ne ſçauroit avoir lieu par rapport au centre du Spheroïde; puiſque, ainſi qu'il a été remarqué pluſieurs fois ci-deſſus, il eſt impoſſible que les directions de la Peſanteur y concourent. Il faut donc avoir recours aux lignes dans leſquelles la Peſanteur agit ſur le Spheroïde, & examiner quelle loi ſuivent leurs differentes denſités, & ſur quoi l'on peut les regler. Mais nous allons faire voir, que ce ne peut être que ſur le produit ou rectangle réciproque du rayon oſculateur par la ligne de ten-

ecrivez en Italique tout ce qui est barré, sçavoir 6 lignes

dance qui en fait partie, dans le Spheroïde oblong; & sur le produit ou rectangle réciproque du rayon osculateur par lui-même plus son prolongement jusqu'à l'axe, dans le Spheroïde applati.

XLII. Pour mettre cette proposition dans tout son jour, & premiérement en ce qui regarde le Spheroïde oblong, soit, comme dans les Articles précedents, un spheroïde oblong projetté sur le plan d'un de ses Meridiens ovales quelconque *ADBE*, de maniére que l'Equateur, & tous les cercles qui lui sont paralleles, soient representés par des lignes droites *DE*, *RX*, &c. Si l'on imagine deux points physiques, ou deux corps de même masse, sur deux endroits de la surface du Spheroïde differents en latitude, l'un, par exemple, en *D* sur l'Equateur, l'autre en *R* sur un parallele quelconque *RX*; il est évident que chacun de ces corps entant qu'il répond à une portion de la surface du Spheroïde, s'étend sur le Meridien du lieu vers l'un & l'autre pole, & sur la circonference de l'équateur, ou du parallele vers l'orient & vers l'occident de ce lieu. Supposons que les deux corps sont sur un même meridien.

FIG. XII.

1°. Il est clair qu'entant qu'étendus en ce sens, les directions de leurs poids se confondent avec les rayons osculateurs *DO*, *RT*, des points *D*, *R*, où l'on suppose qu'ils sont placés sur le meridien *ADBE*, & parce que les rayons osculateurs qui partent d'une portion infiniment petite *D* ou *R* de la développante *AD*, sont censés concourir à un point *O*, ou *T*, de la développée *OTG*, & que l'étenduë des corps ou points physiques que nous supposons en *D* & en *R*, doit être regardée comme infiniment petite par rapport à la surface du Spheroide terrestre, il suit que les directions ou les lignes dans lesquelles la Pesanteur agit sur les corps en *D* & en *R*, concourront aux points *O*, *T*, de la développée. Donc (*Art. XLI.*) leurs densités seront entre elles en raison renversée des distances *DO*, *RT*, c'est-à-dire en raison renversée des rayons osculateurs des points *D*, *R*, & partant (*Ibid.*) leurs pesanteurs en *D* & en *R* seront

font comme les rayons *RT, DO*. Car la développée *GTO* eſt le lieu d'une infinité de centres tels que le centre *K* dans la Figure XI. & chaque point quelconque *A, R, D, &c.* de la ſurface du Spheroïde, eſt pouſſé vers l'endroit de la développée où aboutit le rayon oſculateur *AG, RT, DO, &c.* mené de ce point, avec la même force & de la même maniére, que ſi chaque point *A, R, D, &c.* étoit à une ſurface ſpherique, qui eut pour rayon *AG, RT, DO*: parce que la denſité des lignes dans leſquelles la peſanteur agit ſur eux eſt la même. Et comme tout cela ſubſiſte, ſoit que les points *R, D, &c.* ſe trouvent ſur un même Meridien, ou ſur des Meridiens éloignez l'un de l'autre; il ſuit que les peſanteurs des corps, entant qu'ils s'étendent en latitude vers l'un & l'autre Pole, ſur le ſpheroïde oblong, ſont entre elles réciproquement comme les rayons oſculateurs des lieux où ils ſont placés.

2°. Par un ſemblable raiſonnement on trouvera que les peſanteurs de deux points phyſiques, entant que chacun d'eux eſt ſur pluſieurs Meridiens à la fois, ou qu'il s'étend d'Orient en Occident, doivent être réciproquement comme les lignes de tendance des lieux où ils ſont ſuppoſés.

Car ſoient pluſieurs Meridiens *ADBE, AdBe, &c.* il eſt évident que la commune ſection de leurs plans ſe fera ſur l'axe *AB* du ſpheroïde, & que le plan de l'Equateur *DE* leur ſera perpendiculaire à tous, & à la ſurface du ſpheroïde en *DdEe, &c.* Donc quelques rayons oſculateurs que l'on mene de tous ces points *D, d, E, e, &c.* aux développées de chacun des Meridiens auxquels ils répondent, ils ſe couperont tous ſur le lieu de tendance *GH*, au point *C*, qui ſe trouve dans le cas preſent le centre du ſpheroïde. Donc toutes les directions des poids ſur la circonférence de l'Equateur *DdEe*, concourent au centre de cette circonference; par conſéquent (*Art. XLI.*) c'eſt ſur la longueur des rayons de l'Equateur, ou, ce qui eſt ici la même choſe (*Art. IV.*) ſur les lignes de tendance *DC* ou *dC, &c.* qu'il faut regler les denſités des impulſions

de la pesanteur sur la circonference de l'Equateur.

Il en est de même de tous les Paralleles, avec cette seule difference, que comme leurs plans *RX* ne sont pas perpendiculaires à la surface du Spheroïde, les rayons osculateurs *RT*, *rt*, *X*τ, &c. menés de tous les points de leur circonference, ne sçauroient être dans ces plans, ni se couper à leur centre, comme il arrive à l'Equateur. Ainsi les lignes de tendance *RY*, *rY*, *XY*, &c. qui sont partie des rayons osculateurs, au lieu de se réunir au centre *F*, concourront en *Y*, c'est-à-dire, à la pointe du cone *RYX*, dont on peut imaginer qu'elles produisent la surface, & qui a pour base le cercle parallele même. Donc (*Art. XLI.*) les densités des lignes dans lesquelles la pesanteur agit se trouveront encore ici en raison renversée des lignes de tendance *RY*, *rY*, &c. le point *Y* pouvant être regardé comme le centre d'une Sphere qui a pour rayon *RY* ou *rY*; & parce que cela est general en quelque point que ce soit du parallele & dans un parallele quelconque, il suit que les pesanteurs des corps, entant qu'ils s'étendent d'orient en occident, sont entre elles réciproquement comme les lignes de tendance des points de la surface du Spheroïde sur lesquels ils sont placés.

Donc *les pesanteurs de deux points physiques, ou de deux corps composés de même nombre de points physiques, qui sont sur la surface du Spheroïde oblong, & entant qu'ils y occupent une partie de cette surface, sont entre elles réciproquement comme les rectangles des rayons osculateurs par les lignes de tendance menées des points de la surface où ils sont placés.*

XLIV. A l'égard du Spheroïde applati, pour déterminer la mesure de la pesanteur sur differents points de sa surface; soit un Spheroïde applati projetté sur le plan d'un de ses Meridiens quelconque *EADB*, de maniere que l'Equateur, & tous les cercles Paralleles soient representés par des lignes droites *AB*, *RX*, &c. Si l'on imagine, comme dans l'exemple précedent (*Art. XLIII.*) deux

FIG. XIII.

points physiques, l'un en *A*, l'autre en *R*; il est clair 1°. Par tout ce qui a été dit dans cet Article, qu'entant que ces points s'étendent sur le meridien *EAD*, leurs pesanteurs sont en raison renversée des rayons osculateurs *AG*, *RT*. D'où il suit, &c.

2°. Il ne reste donc qu'à faire voir qu'entant que ces mêmes points s'étendent d'orient en occident, sur l'équateur, ou sur un même parallele, leurs pesanteurs sont en raison renversée des mêmes rayons osculateurs prolongés jusqu'à l'axe de révolution *ED*.

Soient plusieurs Meridiens *EADB*, *EaDb*, &c. il est évident que la commune section de leurs plans se fera sur l'axe *ED* du Spheroïde, & que le plan de l'Equateur, *AB*, leur sera perpendiculaire à tous, & à la surface du spheroïde en *AaBb*, &c. Donc quelques rayons osculateurs que l'on mene de tous ces points *A*, *a*, *B*, *b*, &c. aux développées de chacun des Meridiens auxquels ils répondent, ces rayons seront dans le plan de l'Equateur, & ils se couperont au centre *C* du lieu de tendance, qui se trouve dans le cas present le centre de l'équateur & du spheroïde. Il en est de même ici que dans le Spheroïde oblong: toute la difference consiste en ce que dans le spheroïde oblong, tous ces rayons se coupent au centre avant que d'arriver à la développée, au lieu que dans le spheroïde applati, ils arrivent à la développée *GKH* avant que d'arriver au centre *C*, parce que le cercle ou lieu de tendance *GH*, donne pour origine à toutes les développées un point de la circonference *GHG*, qui termine le lieu de tendance entre le centre *C*, & la circonference *AaBbA* de l'Equateur. Ainsi tous les rayons osculateurs qui se trouvent à cette circonference ne concourent qu'au centre *C*, & par consequent (*Art. XLI.*) la pesanteur des corps, entant qu'ils sont sur l'équateur *AaBbA*, est en raison des rayons *AG* + *GC* = *AC*, &c.

C'est le même raisonnement à l'égard des Paralleles *RX*, & il faut leur appliquer tout ce qui a été dit ci-dessus

M/
— S
— S
en G, H, &c.
E

(Art. XLIII. num. 2.) des Paralleles du ſpheroïde oblong; excepté ſeulement, qu'au lieu que dans le ſpheroïde oblong, le ſommet *Y* du cone formé par tous les rayons oſculateurs qui partent de la circonference *RrXR*, ſe trouve ſur la ligne ou lieu de tendance *(Fig. XII.)* entre le plan de l'Equateur & le Pole, ici au contraire *(Fig. XIII.)* le ſommet du cone que forment les mêmes rayons *RY, rY, XY,* &c. paſſe au de-là du plan de l'Equateur, & ſe trouve ſur l'axe entre ce plan & le pole oppoſé: & cela, parce que, ainſi que nous venons de le remarquer à l'égard de l'Equateur, les rayons oſculateurs de la circonference d'un parallele quelconque dans le Spheroïde applati, rencontrent la développée avant que d'arriver à l'axe de révolution. Car il eſt évident que leur concours & le terme de leur convergence ne peut être ſur une circonference *Ppπ* du plan ou lieu de tendance *GH*, ni ſur une circonference *Ttτ* de la ſurface du ſpheroïde pointu *GTKτH*, aux points *T, t, τ,* où ils rencontrent cette ſurface ou leurs développées; mais ſeulement ſur l'axe *ED*, commune ſection des plans des Meridiens dans leſquels ils ſe trouvent, & au point *Y*, où ſe termine la pointe du cone *RYX*, dont ils couvrent ou dont ils produiſent toute la ſurface. Donc, ſuppoſant ici les mêmes raiſonnements qui ont été faits ſur la fin du n°. 2. de l'Article précedent, les peſanteurs des corps ſur differents points de la ſurface du ſpheroïde applati, entant qu'ils s'étendent d'orient en occident, ſont entre elles réciproquement comme les rayons oſculateurs prolongés juſqu'à l'axe du ſpheroïde. Et par conſéquent *la peſanteur des corps de même maſſe, entant qu'ils s'étendent de l'un à l'autre pole, & d'orient en occident, & qu'ils occupent une portion de la ſurface du ſpheroïde applati, eſt en raiſon réciproque des rectangles des rayons oſculateurs, par ces mêmes rayons prolongés juſqu'à l'axe du ſpheroïde.*

Fig. XII. & XIII. XLV. La longueur de tout rayon oſculateur *RT*, de même que celle de ſa difference, ou de ſa ſomme avec la partie ou le prolongement intercepté par l'axe de révolu-

tion & le point touchant de la développée, c'est-à-dire, $RT - TY = RY$, & $RT + TY = RY$, changeant continuellement dans tous les points du Meridien depuis l'Equateur jusqu'au Pole ; il est clair que le rectangle de ces deux droites, & par consequent la pesanteur des corps changera sur toute l'étenduë d'un Meridien depuis le Pole jusqu'à l'Equateur. Et au contraire ces deux lignes demeurant les mêmes sur toute la circonference de l'Equateur & d'un parallele quelconque, il suit que la pesanteur ne devra point varier en ce sens sur la surface du Spheroïde terrestre, soit oblong, soit applati.

XLVI. Il est évident que ce que nous venons de dire des differents points de la surface du Spheroïde terrestre doit être dit d'un point quelconque pris dans le spheroïde, ou sur la surface d'une des couches semblables quelconques qui le composent. Car cette couche aura sa développée, ses rayons osculateurs, &c. de même que la surface exterieure, qui ne doit être regardée que comme une derniére couche. Ainsi pour répondre à la question qui a été faite au commencement de l'Article XXXIX. Je dis que *les poids des corps de même masse, sur differents points de la Directrice de la Pesanteur au centre, seront entre eux reciproquement comme les rectangles des rayons osculateurs par les lignes de tendance de chacun des points de la couche & du lieu où l'on suppose que ces corps se trouvent actuellement, dans le spheroïde oblong ; & reciproquement comme le rectangle des rayons osculateurs par eux-mêmes plus leur prolongement jusqu'à l'axe de révolution, dans le spheroïde applati.*

XLVII. Comme la ligne de tendance, & le rayon osculateur prolongé jusqu'à l'axe de révolution, ou, plus generalement, comme le rayon osculateur moins ou plus la partie TY comprise entre le point touchant de la développée & l'axe de révolution du Spheroïde, n'est autre chose que la perpendiculaire de l'ovale generatrice par rapport à cet axe, on pourra énoncer la Proposition précedente sous cette forme qui est plus simple & plus generale,

Les peſanteurs des corps de même maſſe ſur le Spheroïde terreſtre, ou dans le Spheroïde terreſtre, ſoit oblong, ſoit applati, ſont réciproquement comme les rectangles des rayons oſculateurs par les perpendiculaires de l'ovale generatrice menées des points de la ſurface ou de la couche où ils ſont placés, juſqu'à l'axe de révolution.

XLVIII. De ce qui a été démontré dans les Articles précedents, ſçavoir que les rayons oſculateurs vont en augmentant depuis le Pole juſqu'à l'Equateur, dans le Spheroïde oblong, & depuis l'Equateur juſqu'au Pole, dans le Spheroïde applati (*Prop. I. & II. Art. V. & VI.*) & que les perpendiculaires de la courbe generatrice du ſpheroïde, par rapport à l'axe de révolution, vont encore en augmentant, depuis le Pole juſqu'à l'Equateur, dans le ſpheroïde oblong (*Prop. III. Art. VIII*) & depuis l'Equateur juſqu'au Pole, dans le ſpheroïde applati (*Prop. VI. Art. XIII.*) de toutes ces démonſtrations, dis-je, & de l'hypotheſe des Peſanteurs en raiſon réciproque des quarrés des diſtances au point central ou au terme de la convergence de leurs directions (*Art. XLI.*) il ſuit, que *la Peſanteur des corps, & les longueurs du Pendule iront en diminuant des Poles vers l'Equateur, ſur le ſpheroïde oblong; & au contraire en augmentant, ſur le ſpheroïde applati.*

XLIX. Il ſera aiſé d'ajouter la nouvelle circonſtance des peſanteurs en raiſon réciproque des rectangles des rayons oſculateurs par les perpendiculaires, aux circonſtances de la Prop. IV. Art. IX. & X. pour en compoſer l'effort total de la force centrifuge contre la Peſanteur, en un point quelconque de la ſurface de la Terre. Car il eſt clair que tout le reſte demeurant comme dans cette Propoſition, il n'y a que de differentes peſanteurs, ou, ce qui reviendra au même, de differentes maſſes à y introduire, en raiſon réciproque des rectangles des rayons oſculateurs par les perpendiculaires. Et parce que toutes choſes d'ailleurs égales, les forces centrifuges ſont entre elles comme les maſſes inégales, il ſuit, que par cette circonſtance les forces centrifuges

augmenteront vers les Poles, ou en total, diminüeront moins que dans le cas de la Proposition IV. Ce qui pourroit compenser en tout ou en partie, selon le degré de la vitesse circulaire du spheroïde, & selon la nature de sa courbe generatrice, la diminution qui arrive à ces forces en consequence de la figure oblongue (*Prop. V. Art. XI. & XVIII.*) Mais comme dans le cas donné du mouvement diurne de la Terre, la pesanteur absoluë surpasse toûjours de beaucoup l'action contraire de la force centrifuge, sur quelque point que ce soit de la surface de la Terre, l'hypothese des pesanteurs en raison réciproque des rectangles des rayons osculateurs par les perpendiculaires, ajoutera toûjours beaucoup plus à la pesanteur des corps, & à la longueur du Pendule, en allant vers les Poles, que cette moindre diminution de forces centrifuges n'en ôtera.

L. Ces remarques suffisent, si je ne me trompe, pour faire voir l'accord de l'accourcissement du Pendule & de la diminution des degrés Terrestres, en allant de l'Equateur vers les Poles, deux faits, qui avoient paru jusqu'ici incompatibles. Aussi la pluspart des sçavants qui ont embrassé l'une ou l'autre des hypotheses qu'on a cru s'en ensuivre, par rapport à la figure de la Terre, ont-ils tâché de rendre douteuses toutes les observations qui servoient à établir l'hypothese contraire. C'est principalement sur la délicatesse des operations, & sur la grandeur des instruments qu'elles exigeoient, qu'ils ont fondé leurs doutes. Mais nous avons indiqué ci-dessus * dequoi répondre aux plus fortes objections que l'on ait faites contre la certitude de l'accourcissement du Pendule; & je m'assure que l'ouvrage que M. *Cassini* est prêt de donner au public sur la Meridienne, fournira dequoi lever les difficultés qu'on a coutume d'alleguer contre la mesure immediate de la Terre, & contre la diminution des degrés vers le Pole, qui en resulte. C'est dans ce détail de la plus grande operation de Geometrie pratique, qui ait jamais été faite, que l'on verra avec quels soins, quelle exactitude scrupuleuse, & l'on peut ajouter, avec quel succès les

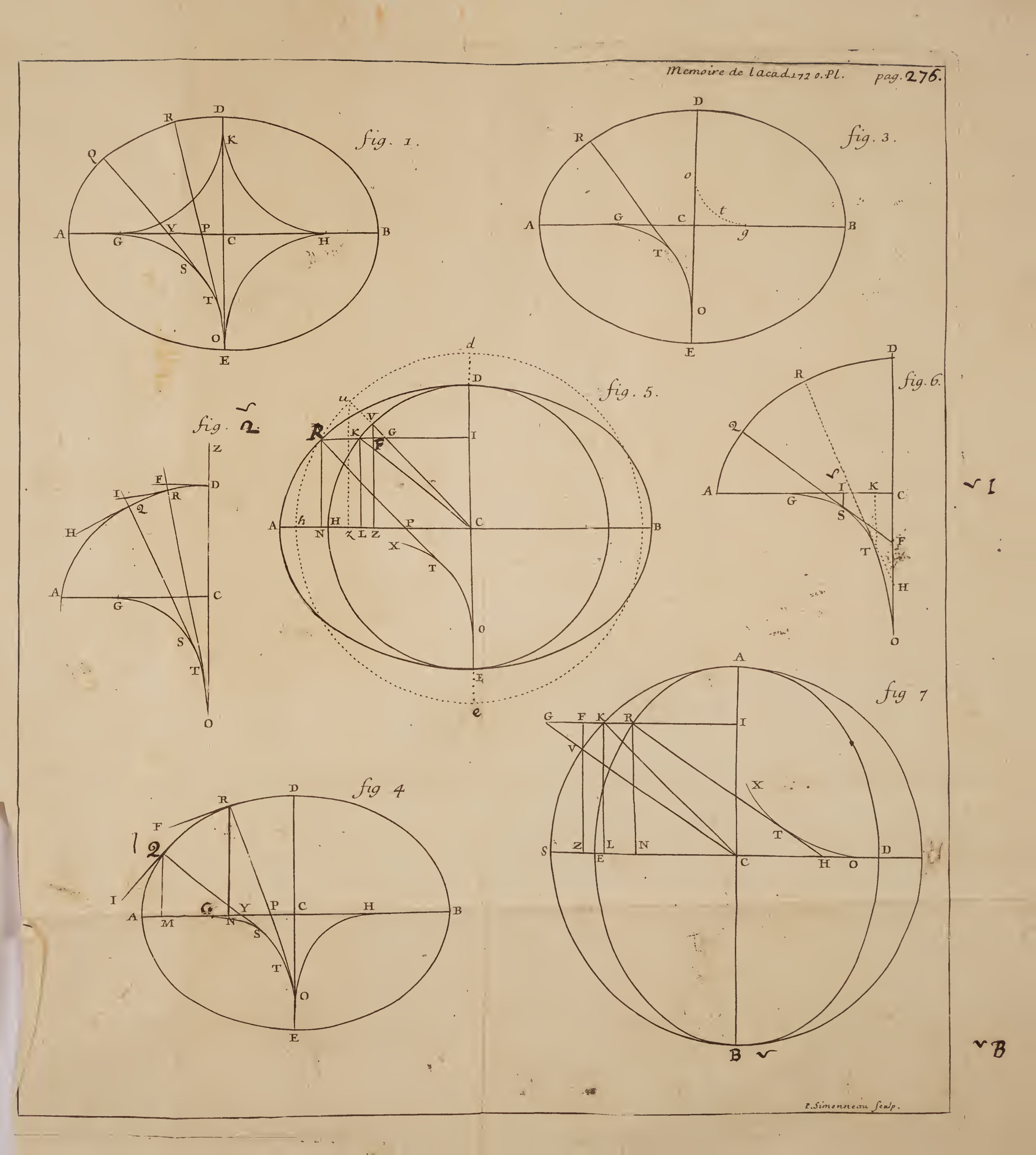
* *A la marge de la pag. 248.*

Astronomes de France ont entrepris, & achevé enfin la détermination de la Meridienne. Ce n'est pas que je ne demeure convaincu de la délicatesse extreme des Observations qui servent de fondement à l'inégalité des degrés terrestres, aussi-bien que de celles d'où l'on conclut les differentes longueurs du Pendule, & le different poids des corps en divers endroits de la Terre. J'en ai déja convenu dans ce Memoire, & j'ai agi en conséquence dans les recherches qui le composent, en ne prenant de tous ces faits que ce qu'ils ont d'essentiel & de plus constant. Mais quelque difficiles & quelque délicates que soient des observations, lorsqu'étant repetées plusieurs fois par des personnes habiles, & qui y apportent toutes les précautions necessaires, elles s'accordent toutes ou presque toutes à redonner tantôt plus, tantôt moins, mais toûjours, une diminution, ou une augmentation de même part ou dans le même sens, je crois qu'elles peuvent être mises à cet égard au rang de nos connoissances de Physique les plus certaines. Les observations de l'accourcissement du Pendule sous l'Equateur, & celles de la diminution des degrés terrestres en allant vers le Pole, sont assés également dans le cas; ainsi il n'y a que de nouveaux faits, ou une incompatibilité bien démontrée, qui puisse nous mettre en droit de rejetter les unes, tandis que nous recevrons les autres.

J'avois joint ici quelques Remarques analogues aux précedentes, dans l'hypothese des Directrices & des efforts de la Pesanteur réunis à l'un des Foyers du Spheroïde oblong ou de l'ellipse, à peu-près comme on l'imagine à l'égard des grands Tourbillons ou des Orbites des Planetes. Mais en revoyant mon Memoire pour l'Impression, j'ai trouvé ce que j'avois dit là-dessus trop imparfait & trop succinct, par rapport à l'usage qu'il me semble qu'on en pourroit faire dans l'Astronomie Physique, & j'ai cru devoir le supprimer, dans l'esperance d'en parler quelque jour plus à fonds.

Je ferai voir aussi dans une autre occasion, que la Theorie, & les Principes que j'ai établis dans ces Recherches, peuvent

servir


Memoire de l'acad. 1720. Pl.
pag. 276.
fig. 1.
fig. 2.
fig. 3.
fig 4
fig. 5.
fig. 6.
fig 7
P. Simonneau Sculp.

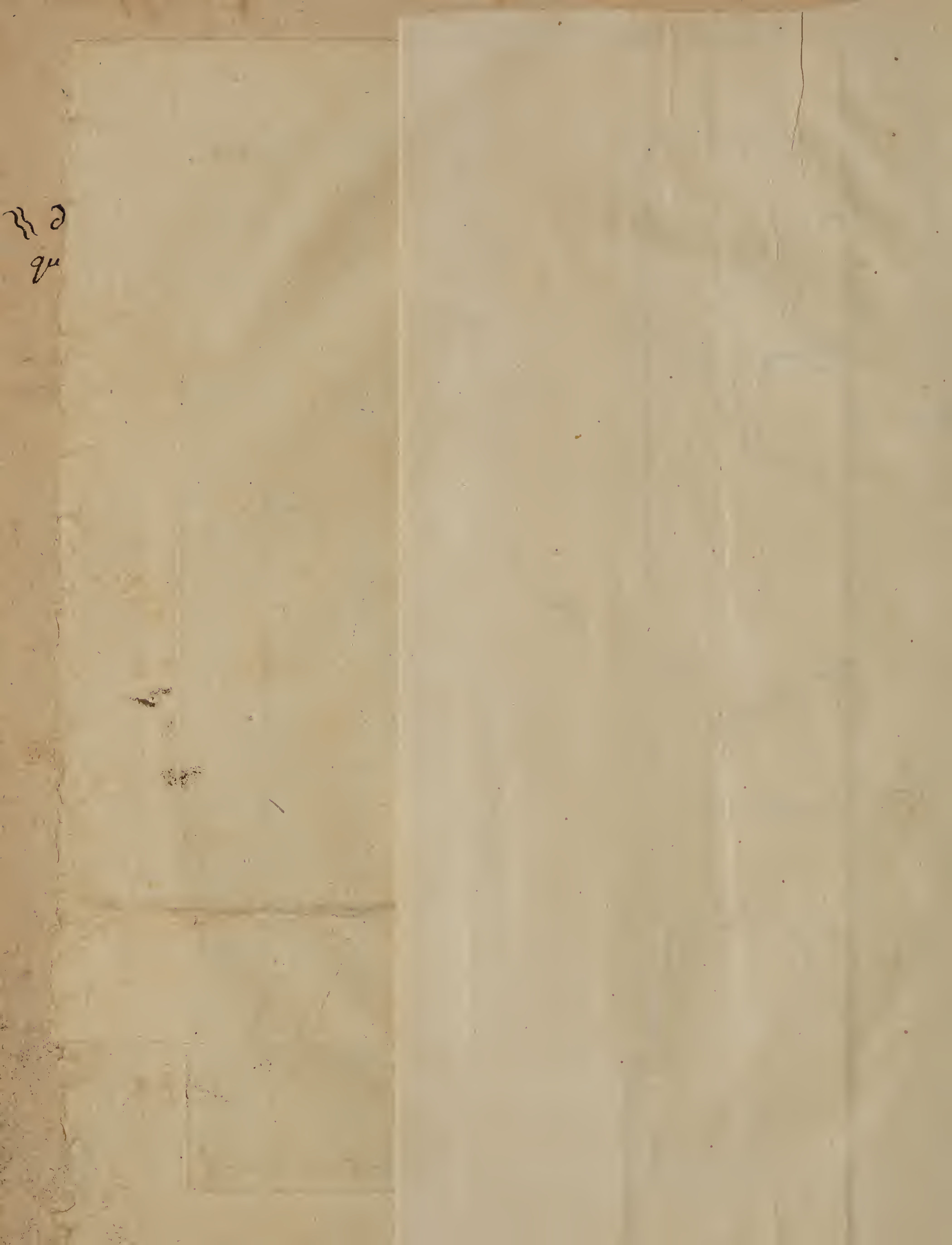


fig. 8.

fig. 9.

fig. 10.

fig. 11.

fig. 12.

fig. 13.

trop écar-
té, il faut
le rapproche

P. Simonneau Sculp.

servir de fondement à l'explication ~~*des principaux*~~ *Phenomenes de la Terre, & des changements les plus remarquables qui lui sont arrivés.*

de la plupart
generaux
à rendre raison, du moins en partie

SUITE DES CORYMBIFERES, OU DE LA SECONDE CLASSE DES PLANTES A FLEURS COMPOSÉES.

Par M. VAILLANT.

POUR éviter les répetitions, nous renvoyons à la tête de nôtre Memoire du mois de Juillet 1719 *, ceux qui voudront se rafraîchir l'idée de ce que nous entendons par *Plantes Corymbiferes*, & de ce qui nous les fait distinguer de toutes celles dont la fleur est pareillement composée. Neanmoins, comme le caractere qui nous [illegible] à établir des quatre Sections & des vingt-neuf Genres qu'elles renferment, roule en partie sur la forme & la structure de la *fleur* qu'on nomme *radiée*, nous avons crû qu'il étoit à propos de repeter ici que cette fleur *Fig. 1, 2, 3, 4, 5,* est composée de fleurons mâles, ou de fleurons hermaphrodites *Fig. 7*, lesquels forment un disque *a Fig. 1, 2, 3, 4, 5,* entouré de demi-fleurons femelles *6, 8, 10, 11, 13,* ou neutres *Fig. 12*, qui represente une couronne rayonnante *b Fig. 1, 2, 3, 4, 5.*

27 Janv. 1720.

* *Mem. de l'Acad. an. 1719. p. 277.*

Fleur radiée, ce que c'est.

SECTION IV.

Des Corymbiféres dont la fleur est ordinairement radiée, & dont le Placenta est ras, chargé d'ovaires à tête nuë.

Genre I. **Bellis. Pâquerette.**

La *Pâquerette* porte des fleurs radiées dont les fleurons sont hermaphrodites, & les demi-fleurons femelles. Les ovaires ont la tête nuë, & portent sur un placenta ras *a* *Fig. 16*. Chaque ovaire *Fig. 20*, est un ovale applati, ou plustôt une espèce de cœur bordé d'un ourlet. Toutes ces parties sont contenuës dans un calyce simple *b* *Fig. 16*, évasé & découpé jusqu'au placenta, en plusieurs rayons. On peut ajouter, que les feüilles sont entiéres, ou tout au plus dentelées.

Les especes de Pâquerette & leurs varietés sont,

1. Bellis caule bipedali, nudo, foliis magnis, latis, floribus rubris & albis, Alpina. Mentz. Pug. Tab. 8.

2. Bellis media, nudicaulis, non ramosa. R. Hist. 1. 349. — *Sylvestris, media, caule carens. B. Pin.* 261. *& I. R. Herb.* 490.

j. Eadem flore prolifero.

3. Bellis sylvestris, minor. B. Pin. 261. *& I. R. H.* 491.

Hujusce tertiæ Bellidis speciei varietates duodecim sequuntur.

j. Bellis pratensis, duplici petalorum serie. H. R. Blef. 238.

ij. Bellis hortensis, flore pleno, eoque magno albo. B. Pin. 261. *& I. R. Herb.* 491.

iij. Bellis hortensis, flore pleno, eoque magno incarnato. B. Pin. *& I. R. Herb.* 491.

iv. Bellis hortensis, flore pleno, eoque magno rubro. B. Pin. 261. *& I. R. Herb.* 491.

Fautes à corriger dans les Memoires de 1720.

Page.	Ligne	Lisés
234.	20.	de degré, ou, si l'on veut, infiniment petites, en
243.	19.	NR, CK,
244.	24.	que $\frac{AG+GT+TH}{AG+GK+KC} =$
ibid.	25	$\frac{RH}{AC} > \frac{AG+GS+SF}{AG+GI+IC} =$
259.	dern.	$n^3y^2 = x^5$
260.	1.	fini, et arrivé au point de rebroussement de la developpée, en diminuant jusqu'à un certain terme, quil augmente
ibid.	26.	Car $\frac{x^m}{y^k}$ rapporté à differentes couches, varie
262	30.	en M, si l'on fait abstraction de l'écart centrifuge, la decrivoit
264.	pénult	elle ne pouvoit
267.	10	raison des quarrés
	13	raison reciproque des
	14.15.	raison doublée reciproque des
276.	7.	J'en suis

Fautes à corriger dans les Memoires de 1722.

12.	27.	tension
14	15	IV. Soit
29.	5	l'art. XII.

A Monsieur

Monsieur Manvieux
à l'Imprimerie Royale
à Paris

$AF = m \quad MF = m + x$
$AP = x$
$PM = y$
$PF = x \pm m$, ou $m - x$

$yy + xx - 2mx + mm = mm + 2mx + xx$

$yy = 4mx$.

$yy - \frac{ayy}{2x} - \frac{ayy}{2x} + \frac{aayy}{4xx} = \overline{CN}^2$

$\frac{byy}{x} = \frac{aayy}{4xx}$

$\frac{b}{x} = \frac{aa}{4xx}$

$4bx = aa = 4bx$

Il faut traduire l'extrait de l'hist. les observations les Rivières, la mechanique de Varignon.

demander à M. Desmaisons si le 2. t. de la sc. du calcul est ou sera imprimé. que Mr. de Clapiés nous donne à l'Acad. Coll. experim. Sturmii. Pitcarnii Elem. med. Ph. M. Carré, Cheyne, Taylor. s'il a fait usage des certificat